

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES

par Jeanne Parmentier

**Aspects phénoménologiques
de la brisure de supersymétrie**

À présenter le 11 juillet 2011 devant le jury composé de :

Steve Abel,	Rapporteur
Emilian Dudas,	Directeur de thèse
Stéphane Lavignac,	Directeur de thèse
Jean Orloff,	Rapporteur
Mariano Quiros,	Président du Jury
Carlos Savoy,	Examineur

À tous les Science Ac' du monde...

Ainsi qu'à ceux qui les aident à grandir.

Table des matières

1	Survol de la physique des particules	9
1.1	Modèle Standard, une présentation générale	9
1.1.1	Les acteurs et leurs liaisons	9
1.1.2	Le boson de Higgs	10
1.2	Limites et problèmes	11
1.2.1	Stabilité de l'échelle électrofaible	11
1.2.2	Matière noire	12
1.2.3	Masse des neutrinos	13
1.3	Extensions possibles	13
1.3.1	Supersymétrie	14
1.3.2	Théories de grande unification	16
1.3.3	Masse des neutrinos	18
1.3.4	Supergravité	19
1.3.5	Dimensions supplémentaires	19
1.3.6	Cordes	20
1.3.7	Bilan	20
1.4	Contraintes à vérifier	21
2	Supersymétrie	23
2.1	Quelques éléments d'introduction	23
2.1.1	Idées et formalisme de base	23
2.1.2	Le MSSM	27
2.1.3	Termes softs	30
2.1.4	Limites des modèles les plus simples	30
2.1.5	Les bases des modèles plus évolués	32
2.2	Brisure dynamique de SUSY	32
2.2.1	Théorèmes généraux	32
2.2.2	Brisure dynamique et QCD supersymétrique	35
2.2.3	Modèle d'Intrilligator, Seiberg et Shih (ISS)	38
2.3	Médiation de jauge	40
2.3.1	Description succincte et résultats classiques	40
2.3.2	Formalisme classique de la médiation de jauge	41
2.3.3	Propriétés classiques	43

2.3.4	Autres mécanismes de transmission de la brisure de la supersymétrie, comparaison	43
3	O’Raifeartaigh avec messagers	47
3.1	O’Raifeartaigh : Méta- et Instabilité	47
3.1.1	Stabilité et génération des masses des jauginos, un autre compromis à trouver	47
3.1.2	Stabilisation par les corrections quantiques : une condition	48
3.1.3	Comment calculer les corrections quantiques	50
3.2	O’Raifeartaigh : vers la stabilité ?	53
3.2.1	Condition à l’ordre des arbres	53
3.2.2	Énergies des vides calculées à une boucle	54
3.2.3	A-t-on stabilisation ?	57
3.2.4	Conclusions et ouvertures	58
4	Médiation de jauge et GUT	59
4.1	Problématique	59
4.1.1	Justification du couplage	59
4.1.2	Vers des spectres atypiques	61
4.1.3	De l’importance de la gravitation	62
4.1.4	Méthodologie	63
4.2	Construction d’un modèle explicite	63
4.2.1	Définition du modèle	63
4.2.2	Stabilité et temps de vie	64
4.2.3	Stabilisation à une boucle	65
4.2.4	Génération d’un potentiel de Higgs correct	66
4.3	Modèles	67
4.3.1	Couplages	67
4.3.2	Des masses de messagers vers les spectres	68
4.3.3	$SU(5)$ comme groupe de grande unification	69
4.3.4	$SO(10)$ comme groupe de grande unification	70
4.4	Spectres remarquables	71
4.4.1	$G = SU(5)$, $\Sigma = \mathbf{24}$, ou naissance d’un neutralino léger comme LSP	71
4.4.2	$G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$ ou comment faire un Wino NLSP	78
4.4.3	$G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\overline{\mathbf{16}}, \mathbf{16})$, où comment faire un gluino léger	81
4.5	Spectres, un peu d’exhaustivité	84
4.5.1	$SU(5)$ comme groupe de grande unification	84
4.5.2	$SU(5)$ flippé comme groupe de grande unification	86
4.5.3	$SO(10)$ comme groupe de grande unification	87
4.6	Conclusions	96

5	Modèles de Saveurs	99
5.1	Introduction, problématique et plan	99
5.1.1	Deux approches différentes pour la saveur	99
5.1.2	Des prédictions proches	100
5.1.3	Des différences au niveau de la saveur	101
5.2	Modèles de Froggatt-Nielsen	101
5.2.1	Froggatt-Nielsen en quelques mots	101
5.2.2	Froggatt-Nielsen dans les modèles que nous considérons	102
5.3	Nelson-Strassler	102
5.3.1	Nelson-Strassler	102
5.4	Comparaison des deux modèles	103
5.4.1	Généralités	103
5.4.2	Exemples	105
5.5	Unification et hiérarchie des fonctions d'onde	109
5.5.1	Quelques mots sur le mécanisme de Green-Schwarz	109
5.5.2	Une contrainte commune (et mystérieuse)	110
5.6	Un modèle à 5 dimensions pour réaliser une renormalisation forte des fonctions d'onde	112
5.7	Conclusions	116

Introduction

One of the things that makes science very difficult is that it takes a lot of imagination. It's very hard to imagine all the crazy things, that things really are like.

R. Feynman

La physique théorique semble être une source inépuisable de concepts loufoques. L'histoire en a fourni de célèbres : ondes qui se propagent sans support, trajectoires imprédictibles, montres qui se désynchronisent pour peu qu'on aille à la montagne ou qu'on aille vite... La physique moderne n'est pas en reste, proposant des concepts d'univers à plus de 4 dimensions, de symétries jamais vérifiées ou de particules échappant à nos détecteurs depuis plus de 30 ans... Mais aussi surprenantes qu'elles aient été, ces idées du passé ont révolutionné notre conception du monde autant que les technologies disponibles pour tous. Les théories actuelles n'ont pas encore trouvé entièrement leur cadre, et nous espérons que cette thèse sera une illustration de la façon dont ces concepts abstraits sont utilisés pour comprendre la physique à basse énergie et nous éclairer sur la physique des particules moderne.

Un travail d'équipes

L'époque où la physique fondamentale avançait grâce à un scientifique réalisant lui-même des expériences, les théorisant et inventant des concepts mathématiques au passage est bien révolue. Chacune de ces étapes a toujours lieu, mais elles demandent un travail d'équipe et une coordination qui n'existaient pas un siècle auparavant. Il y a d'ailleurs aujourd'hui plus de chercheurs vivants qu'ayant jamais vécu, ce qui amène à une spécialisation et une dispersion des connaissances uniques dans l'histoire. Ainsi, l'expérience du LHC au CERN aura demandé, rien qu'au point de vue expérimental, le travail de plus de 5 000 personnes sur une quinzaine d'années, et coûté plus de 3 milliards d'euros. Les publications d'un article sur un des détecteurs, comme CMS, sont signées par 2000 personnes !

Du point de vue théorique, les travaux vont de l'interprétation de données à la construction de structures abstraites en interaction avec la recherche en mathématiques.

Les questions que la physique des particules cherche à expliquer restent très simples : D'où vient la matière ? Comment interagit-elle ? Combien de forces

fondamentales et pourquoi ? Comment et pourquoi la masse ? Le travail fourni par les physiciens des générations précédentes a permis de préciser ces questions. Si les questions actuelles peuvent surprendre le néophyte : quelle symétrie de saveur pour générer les Yukawas ? Comment compactifier les dimensions supplémentaires pour rendre compte des symétries de jauge ? Les questions fondamentales qui se cachent derrière sont toujours les mêmes. Elles ont juste été précisées et divisées afin de pouvoir bénéficier de l'effet de spécialisation des scientifiques.

La physique des hautes énergies est complexe, à la fois expérimentalement et technologiquement. Malgré le travail acharné de milliers de physiciens, la physique post-modèle standard se fait attendre. Pris séparément, le travail des physiciens des hautes énergies fait parfois douter. On craint que beaucoup de modèles puissent vérifier les contraintes expérimentales. Que beaucoup de théories cohérentes puissent être écrites. C'est lorsqu'on cherche à croiser toutes les contraintes que la difficulté apparaît clairement. Et ce n'est probablement qu'une fois mises ensemble toutes les contraintes que l'on pourra éliminer la plupart des modèles pour n'en garder que quelques-uns. Personnellement, si on arrive à construire un cadre théorique cohérent mathématiquement, qui permette de décrire toutes les interactions (modèle standard et gravité), de calculer les effets des corrections quantiques et de renormalisation, et de prédire un certain nombre de propriétés de la physique des particules et de la cosmologie grâce à un petit nombre de paramètres, ça sera déjà "pas mal" !

Contexte scientifique

Cela dit, on est encore loin de ce rêve qui animera probablement les physiciens de ma génération et de celle d'après.

Symétries

La notion de symétries est extrêmement vieille. Dans le cadre scientifique, les modèles les plus simples, utilisant le moins de paramètres possibles, sont toujours les plus appréciés. L'utilisation de symétries est une façon simple de réduire le nombre de paramètres utilisés et de simplifier les problèmes. Le modèle standard en a fait une notion cruciale pour comprendre la physique des particules et des interactions. On part de l'idée que si deux particules peuvent se transformer via une force, c'est qu'aux yeux de celle-ci, elles sont identiques. La force agit donc comme une symétrie capable d'agir sur des particules. On arrive au modèle standard, qui décrit les forces fortes, faibles, et électromagnétiques via la symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La gravitation repose aussi, dans un autre cadre, sur l'invariance par reparamétrisation et comporte ses propres symétries, dites de Poincaré.

La plupart des extensions du modèle standard cherchent à étendre les symétries de celui-ci : les théories de grande unification cherchent une symétrie unique capable de donner celles du modèle standard à basse énergie, la supersymétrie

étend les symétries de Lorentz...

Supersymétrie et modernité

L'ouverture du LHC, initialement prévue en 2007, suscite une excitation croissante dans la communauté scientifique. Après le boson de Higgs, la supersymétrie est une des théories les plus attendues au LHC.

Malgré tout le travail accompli depuis une génération, beaucoup d'interrogations subsistent.

La brisure de supersymétrie et sa transmission sont toujours mal comprises. Les constructions de modèles de ces dernières années ont fortement été influencées par le modèle dit d'ISS [35]. L'idée qu'on puisse se situer dans un vide métastable a ouvert le champ à des modèles plus simples que ceux considérés auparavant. Le fait d'identifier des dualités dans différents régimes de QCD supersymétrique permet de construire des modèles explicites de brisure dynamique. Dans cette thèse, nous avons beaucoup travaillé autour du scénario dans lequel la brisure de supersymétrie est transmise du secteur caché au modèle standard supersymétrique via des champs chargés, les messagers [27]. Cette médiation, dite de jauge, a fait l'objet d'études anciennes [27] [28] [41], [42], [43] et récentes [30] [36]. Elle engendre cependant souvent des problèmes au niveau du potentiel de Higgs (génération de μ , $B\mu$) ou de la stabilité du système.

Les théories de grande unification permettent d'aborder la question de la masse des neutrinos, de la leptogénèse et de la baryogénèse, et permettent d'essayer de prédire une partie des paramètres du modèle standard. Il est cependant difficile de trouver des signatures permettant de distinguer les différents groupes de grande unification à basse énergie.

Pour les problèmes de saveur, de nouvelles approches ont été développées, utilisant des dimensions supplémentaires ou des renormalisations fortes de fonctions d'onde.

Les quelques idées et articles développés proviennent souvent de cette volonté de relier et comparer plusieurs de ces perspectives. Que se passe-t-il au niveau d'un secteur caché lorsqu'on le couple à des messagers ? Est-il déstabilisé ? Que se passe-t-il si un modèle comporte des messagers et un secteur de grande unification ? Comment le spectre en est-il affecté ? Comment des théories différentes cherchant à résoudre le problème de la saveur peuvent-elles être comparées ou discriminées ? Nous essaierons toujours, dans la mesure du possible, de comprendre comment des contraintes liées à la construction des modèles permettent d'éclairer les résultats des futures expériences, et inversement, de comprendre comment les contraintes expérimentales peuvent nous renseigner sur la structure de la physique à haute énergie.

Plan

Le premier chapitre esquisse un cadre qui permet d'expliquer l'intérêt d'étudier la supersymétrie. La physique des particules est un domaine complexe, car un

bon modèle doit rendre compte de problèmes extrêmement différents, allant des prédictions dans les collisionneurs à l'explication de phénomènes astrophysiques, le tout avec autant de simplicité et de beauté formelle que possible. Si aucun modèle parfait n'existe à ce jour, nous espérons vous convaincre que par la variété des problèmes qu'elle attaque simultanément, la supersymétrie est une piste qui mérite d'être consciencieusement explorée.

La seconde partie permettra de rafraîchir la mémoire du lecteur concernant la supersymétrie, avec quelques bases pour fixer les notations, et quelques rappels sur les notions que nous allons utiliser par la suite : théorèmes généraux sur la brisure de supersymétrie et médiation de jauge.

Dans la troisième partie, nous présenterons un travail effectué dans [1] sur les questions de stabilité. En effet, la question de la stabilité des modèles de type O'Raifeartaigh a été étudiée en détail, et on peut se demander ce qui se passe quand on rajoute des messagers au système caché. Nous verrons que si l'apparition d'un second vide d'énergie plus basse est courante, elle peut être évitée dans certains modèles grâce à l'utilisation judicieuse des corrections quantiques.

Dans la quatrième partie, nous reviendrons sur le travail des articles [2] et [3]. Comme la supersymétrie et les théories de grande unification sont souvent considérées ensemble, nous avons regardé ce qui se passerait dans des modèles possédant à la fois des messagers et un secteur de grande unification. Il en ressort un certain nombre de spectres atypiques, les plus marquants étant ceux ayant un neutralino et un gluino légers par rapport au reste du spectre. On a aussi remarqué que comme les masses des messagers étaient proches de l'échelle de grande unification, les effets gravitationnels pouvaient générer un potentiel de Higgs brisant la symétrie électrofaible (ie des termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur).

La cinquième partie s'intéresse au problème des saveurs traité dans [4], en comparant deux approches différentes. Les deux modèles sont assez différents, l'un reposant sur les symétries de saveur, l'autre sur la renormalisation des fonctions d'onde avec localisation des champs le long d'une dimension supplémentaire. On verra que si les deux types de modèles, caractérisés par des modèles de type Frogatt-Nielsen [117] pour le premier, de type Nelson-Strassler [129] [132] pour le second, ont des prédictions semblables pour les Yukawas, on peut avoir des effets de suppression de saveur intéressants dans le cas des modèles avec dimension supplémentaire.

Tous les articles sont disponibles à la suite du manuscrit.

Chapitre 1

Survol de la physique des particules

1.1 Modèle Standard, une présentation générale

En physique des particules, tout ce qui est connu tourne autour du modèle standard. Ce chapitre synthétise les grandes lignes du modèle standard. Pour une introduction plus complète, voir [14] [15] [16].

1.1.1 Les acteurs et leurs liaisons

Le modèle standard répond à deux questions :

- de quoi est faite la matière ?
- comment les particules interagissent-elles ?

Concernant la première question, on répertorie à ce jour :

- des quarks : up, down, top, bottom, charm, strange
- les leptons : électron, neutrino électronique, muon, neutrino muonique, tau, neutrino tauique

La réponse à la seconde question décrit les interactions comme des transformations de symétrie locale. En effet, pour modéliser les interactions, le modèle standard part du principe que si une particule peut se transformer en une autre, c'est qu'un groupe de symétrie agit sur elle et que les deux particules appartiennent à une même représentation de ce groupe. Les actions élémentaires d'un groupe sont codées dans les générateurs. Les particules qui véhiculent un échange élémentaire de particules sont les bosons de jauge.

Les symétries peuvent être conservées. Dans ce cas, les masses des bosons de jauge sont nulles. C'est ce qui arrive pour les symétries de couleur $SU(3)$ et électromagnétique $U(1)_{em}$. Dans le modèle standard, les trois forces proviennent du groupe de symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

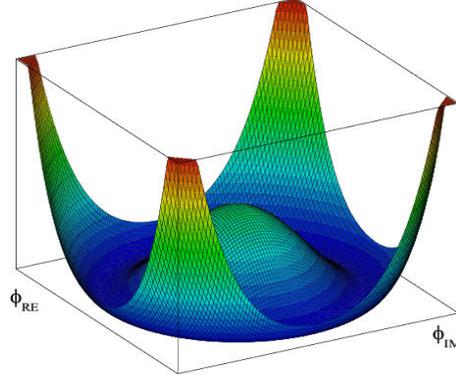


FIGURE 1.1 – Potentiel de Higgs, $V(\phi)$ en fonction de $\text{Re}(\phi)$ et $\text{Im}(\phi)$. On voit que le minimum se situe pour une vev non nulle de ϕ . Son choix va donc briser la symétrie.

1.1.2 Le boson de Higgs

Masse des fermions

La façon la plus simple de faire intervenir des termes de masse pour les fermions du modèle standard consiste à introduire un doublet scalaire se comportant comme $(1, 2, -1)$ sous $\text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$, le doublet de Higgs.

On peut alors écrire les termes de masses suivants :

$$\mathcal{L}_Y = Y_{ij}^{[e]} L_i H e_j^c + Y_{ij}^{[u]} Q_i H u_j^c + Y_{ij}^{[d]} Q_i H^\dagger d_j^c \quad (1.1)$$

Les couplages de Yukawas sont rentrés à la main pour coller aux données expérimentales. Un des défis de la physique des particules est de construire un modèle susceptible de prédire leurs valeurs.

Masse des bosons de jauge, brisure de symétrie électrofaible

Une des beautés du modèle standard est que le doublet introduit pour donner une masse aux fermions donne aussi une masse aux bosons de jauge.

En effet, pour que le doublet de Higgs donne une masse aux fermions, il faut que sa vev soit non nulle. Pour cela, on lui construit un potentiel de cette forme

$$L = D_a^\mu \phi^\dagger D_\mu^a \phi - V(\phi^\dagger \phi), \quad (1.2)$$

où a représente le groupe de jauge, D_μ^a est la dérivée covariante $D_\mu^a \phi = (\partial_\mu - ig^a A_\mu^b t_b^a)$, t_b étant les générateurs du groupe de jauge.

$$V(\phi^\dagger \phi) = -m^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.3)$$

En prenant une vev non nulle, le boson de Higgs brise $SU(2) \times U(1)_Y$ en $U(1)_{em}$ et donne une masse aux bosons W et Z. Pour cela, le doublet de Higgs perd trois de ses degrés de liberté et il ne reste plus qu'une particule à trouver au final, le boson de Higgs. C'est la seule particule du modèle standard qui n'a pas encore été découverte. C'est (principalement) pour elle qu'à été construit le LHC, ce qui souligne l'importance de sa découverte, si celle-ci a lieu un jour.

1.2 Limites et problèmes

Si le modèle standard représente un grand succès de la physique du XX^e siècle, il n'en reste pas moins des choses à comprendre.

Parmi les questions ouvertes, on peut compter :

- D'où viennent les 19 paramètres libres (3 couplages de jauge, 2 paramètres dans le secteur de Higgs, 9 masses des particules, 3 angles de mélange, 1 phase CP et 1 paramètre θ de QCD) ? On préférerait qu'il y en ait moins.
- D'où viennent les masses des neutrinos ?
- On voudrait savoir pourquoi les charges électriques ne sont pas quelconques (comme pour les masses) mais des multiples de $e/3$
- On aimerait comprendre comment sont fixées les masses des particules, et en particulier pourquoi il y a t'il de telles différences d'ordre de grandeur dans ce domaine ?
- La gravité est traitée à part, et on ne sait pas comment prendre en compte des effets de gravitation quantique par exemple. De leur côté, les gens qui travaillent sur la gravitation et la cosmologie ont des problèmes difficiles à résoudre (en particulier comprendre d'où vient la valeur de la constante cosmologique et compter le nombre de micro-états d'un trou noir) qui peuvent gagner à être étudiés en synergie avec la physique des particules.

En dehors de ces questions fondamentales, un certain nombre de problèmes se posent.

1.2.1 Stabilité de l'échelle électrofaible

Unitarité

La contrainte d'unitarité permet de comprendre que de la nouvelle physique doit apparaître avant le TeV. En effet, si on impose l'unitarité de la matrice-S, soit la conservation des probabilités au niveau quantique, on se retrouve avec des contraintes qui donnent un cutoff de l'ordre du TeV pour le modèle standard. La majeure partie des modèles considèrent que c'est une contrainte sur la masse du higgs, imposant $m_h < 780$ GeV. D'autres modèles qui se passent de Higgs sont obligés d'invoquer d'autres mécanismes à l'échelle du TeV (dimensions supplémentaires...).

Hierarchie et naturalité

Pour donner des masses aux particules du modèle standard du bon ordre de grandeur, on sait que la masse du boson de Higgs doit être de l'ordre de quelques centaines de GeV.

Or, il est difficile de réaliser une masse de scalaire de l'ordre de 100 GeV si le modèle standard est valable jusqu'à l'échelle de Planck. En effet, dans ce cas, on peut calculer les corrections radiatives à la masse du boson de Higgs, et elles sont toutes de l'ordre de grandeur du cut-off, c'est-à-dire ici l'échelle de Planck. On comprend mal comment une somme de contributions de l'ordre de l'échelle de Planck pourraient valoir 100 GeV au final sans un gros fine-tuning.

Ainsi, la contribution à une boucle à la masse du boson de Higgs dans le modèle standard est

$$\delta m_h^2 = \frac{3\Lambda^2}{8\pi^2 v^2} (2M_W^2 - 4M_Z^2 - 2M_Z^2 - m_h^2) \quad (1.4)$$

où Λ représente le cut-off du modèle standard, présumément la masse de Planck M_p .

Cela peut vouloir dire plusieurs choses.

- Soit il y a effectivement un fine-tuning qui a lieu ordre par ordre, et c'est très frustrant mais c'est comme ça
- Soit le cut-off n'est pas situé à l'échelle de Planck, et nos modèles physiques ne sont valables que jusqu'à une échelle intermédiaire qui peut être le TeV
- Soit les corrections quantiques, qui ne prennent en compte que les particules que nous connaissons, sont erronées car il existe aussi des particules plus lourdes que nous n'avons pas encore découvertes mais qui devraient être prises en compte dans le calcul des radiations correctives à plus haute énergie

Enfin, même si on résout le problème de hiérarchie, c'est-à-dire qu'on construit un modèle sans trop de fine-tuning¹, il reste à comprendre à partir de quoi et comment l'échelle électrofaible a été générée (problème de naturalité).

1.2.2 Matière noire

L'hypothèse de la matière noire a été introduite pour répondre principalement à des observations astrophysiques. La relativité générale et la prise en compte de la matière connue (celle qu'on voit) conduit à des prédictions astrophysiques en décalage avec nos observations.

Par exemple, la figure 4 de l'article [8] montre la différence entre la vitesse de rotation prédite classiquement et celle observée calculée explicitement.

Pour expliquer cette différence, deux possibilités existent

- Considérer que la gravité est correctement décrite mais qu'il existe un type de matière invisible encore inconnu (dit noire ou sombre²) qui échappe à

1. Le trop dépendant des goûts et des contraintes des modèles que l'on sait construire

2. La traduction correcte serait sombre, mais tout le monde parle de matière noire, et nous ferons de même.

notre détection optique et dont la masse modifie la vitesse des objets que nous observons.

- Considérer que la relativité générale n'est pas valable et chercher à corriger la théorie de la gravitation. C'est la piste explorée par les théories de type MOND (Modified Newtonian Dynamics). Cela dit, même les gens qui travaillent sur des théories de gravitation modifiée comme MOND ont besoin d'avoir recours à de nouveaux types de matière. Pour leur cohérence, elles ont quand même besoin de faire appel à de la matière qui ne serait pas décrite par le modèle standard. Les solutions développées sont donc souvent un mélange contenant ces deux différentes pistes.

On observe aussi des effets de lentilles gravitationnelles qui nécessitent l'existence de particules massives et interagissant faiblement avec la matière connue[9].

La matière noire est également nécessaire pour expliquer les anisotropies du fond diffus cosmologique mesuré par WMAP [10]. Ceux-ci permettent d'évaluer à $\Omega_M h^2 = 0.1326 \pm 0.0063$, avec h le paramètre de Hubble, en unités de 100 km/sec par Mpc.

Enfin, les simulations qui tentent de comprendre comment la matière s'est agrégée pour former des galaxies ont besoin d'introduire de la matière noire pour obtenir des résultats valables[11].

Pour une revue sur la matière noire, voir [5].

1.2.3 Masse des neutrinos

Depuis 1998 et l'expérience de Super-Kamiokande, on sait que les neutrinos oscillent et qu'ils ont une masse. Aujourd'hui, on a les contraintes suivantes sur leurs masses et angles de mélanges [48] :

$$\sin^2(2\theta_{12}) = 0.87 \pm 0.03 \quad (1.5)$$

$$\Delta m_{21}^2 = (7.59 \pm 0.20)10^{-5} eV^2 \quad (1.6)$$

$$\sin^2(2\theta_{23}) > 0.92 \quad (1.7)$$

$$\Delta m_{32}^2 = (2.43 \pm 0.13)10^{-3} eV^2 \quad (1.8)$$

$$\sin^2(2\theta_{13}) < 0.15 \quad (1.9)$$

Les contraintes cosmologiques imposent elles une autre contrainte : $\sum_i m_i \leq 0.75$ eV. Les neutrinos sont trop légers pour être des candidats viables à la matière noire.

Le modèle standard décrit des neutrinos de masse nulle. Il faut donc au moins rajouter des termes de masse, et si possible comprendre pourquoi la leur est bien plus faible que celle des autres particules.

1.3 Extensions possibles

Dans cette section, nous présenterons rapidement quelques unes des pistes explorées pour compléter le modèle standard. Cette partie n'a pas pour but

d'être exhaustive³, ni de développer le formalisme de chacune des théories. Il s'agit juste de broser en quelques mots les idées fondamentales de chaque théorie afin de pouvoir se repérer et comprendre les relations qu'elles entretiennent entre elles.

1.3.1 Supersymétrie

Chaque particule vient accompagnée d'un double supersymétrique, de mêmes charges, de spins et de masse différentes. La nomenclature pour les particules du modèle standard et leurs doubles est simple. Les doubles supersymétriques des fermions sont les sfermions de spin 0, donc squarks et sleptons pour les partenaires respectifs des quarks et leptons. Les partenaires de bosons ont un spin 1/2 et prennent -ino comme suffixe. Ainsi, les jauginos et higgsinos sont les partenaires respectifs des bosons de jauge et des bosons de Higgs. Lorsque nous aborderons plus tard la question de la gravité, nous aurons un graviton de spin 2 pour la médier, et un gravitino de spin 3/2 comme superpartenaire associé. Les "doubles" supersymétriques couplent de la même manière aux interactions du modèle standard, et on ne connaît pas encore leur masse. On sait juste que s'ils existent, ils sont trop lourds pour avoir été déjà détectés.

Le formalisme sera développé dans les chapitres suivants.

Stabilisation du Higgs

Le problème de hiérarchie nous amène à trois pistes

- On peut décider que ce n'est qu'un problème esthétique et faire avec
- Cela peut vouloir dire que le cut-off est à une échelle proche de celle du modèle standard
- Cela veut dire qu'on a oublié de prendre en compte les particules plus lourdes qu'on ne connaît pas encore dans notre calcul des corrections quantiques

Si on prend en compte la supersymétrie, les corrections à la masse du higgs qui prennent en compte ces partenaires ne divergent plus de manière quadratique. La supersymétrie ramène donc le problème de hiérarchie à un fine-tuning plus raisonnable, de l'ordre du pourcent. Malheureusement, plus on tarde à voir les particules supersymétriques, plus on doit supposer qu'elles sont lourdes, et plus on augmente le fine-tuning. Il reste cependant plus raisonnable que sans supersymétrie, où il vaudrait 10^{-16} !

Certains articles étudient même les modèles qui minimiseraient ce fine-tuning, comme [17] par exemple.

Matière noire

Concernant la matière noire, on peut toujours mettre à la main un nouveau type de matière dont on ne sait rien, si ce n'est qu'elle est neutre et massive. En effet, elle doit être neutre sous $U(1)_{em}$ et $SU(3)$, sinon on les aurait déjà

3. (les physiciens ont trop d'imagination pour que ce soit réaliste)

probablement détectées⁴. Cependant, les théories supersymétriques fournissent automatiquement un candidat pour la matière noire. En effet, on introduit de nouvelles particules massives. Si on introduit une R-parité suivant laquelle particules sont chargées + et sparticules sont chargées -, la sparticule la plus légère (notée LSP) est neutre et stable.

La LSP étant stable, elle doit s'être accumulée et contribuer gravitationnellement. Il est donc naturel de se demander si c'est la matière noire décrite précédemment.

Les densités de matière baryonique et de matière noire sont telles que

$$\Omega_M = \frac{\rho_M}{\rho_c} \sim 0.3 \quad (1.10)$$

avec ρ_c = densité critique = $3H_0^2 M_p^2 \sim 10^{-26} kg.m^{-3}$, H_0 étant le paramètre de Hubble mesurant l'expansion de l'univers à l'époque actuelle.

$$\Omega_B = \frac{\rho_B}{\rho_c} \leq 0.02 \quad (1.11)$$

La dynamique de la matière noire est pilotée via son annihilation et son expansion et décrite dans cette équation :

$$\frac{dn_x}{dt} + 3Hn_x = - \langle \sigma_{ann} v \rangle (n_x^2 - n_x^{(eq)2}) \quad (1.12)$$

Les notations sont les suivantes :

- $\langle \sigma_{ann} v \rangle$ est la moyenne thermique des sections d'annihilation $X\bar{X}$ multipliée par la vitesse relative des deux particules s'annihilant
- $n_x^{(eq)}$ est la densité d'équilibre obtenue pour une distribution de l'espace des phases de type Fermi-Dirac (+) / Bose-Einstein (-) $f(p) = \frac{1}{exp(E/kT) \pm 1}$
- H est le paramètre de Hubble, et $3Hn_x$ permet de prendre en compte l'expansion de l'univers.

Quand la température est en dessous de m_x , l'expansion l'emporte sur l'annihilation et le nombre de particules X dans un covolume devient constant.

La densité des particules reliques est

$$\Omega_X = \frac{m_x n_x(t_0)}{\rho_c} = 40 \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{s_0}{k} \frac{\bar{h}^3}{H_0^2 M_p^3} \frac{g_*^{1/2}}{g_s} \frac{x_f}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (1.13)$$

où on a noté $x_f = m_x/(kT_f)$, s_0 la densité d'entropie actuelle, g_s le nombre de degrés de libertés internes de la particule utilisés pour évaluer l'entropie et g_* le nombre de degrés de liberté relativistes présents dans l'univers au moment du découplage.

En mettant des chiffres,

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle \sim \frac{\alpha^2}{m_X^2} \quad (1.14)$$

4. Il y a quelques articles qui explorent la possibilité d'avoir une LSP chargée, par exemple colorées[7]. Nous ne les discuterons pas ici.

On remarque qu'une particule interagissant via les interactions faibles, d'une masse $m_x \sim \alpha 100$ TeV donne naturellement le bon ordre de grandeur pour la densité relicue. C'est ce qu'on appelle le WIMP miracle.

On peut très bien étendre le modèle standard sans faire appel à la supersymétrie pour rendre compte de la matière noire, mais celle-ci permet de justifier naturellement l'existence d'une telle particule. De plus, on peut évaluer sa densité relicue et celle-ci peut naturellement avoir pour ordre de grandeur ce qui est nécessaire pour expliquer les observations astrophysiques et cosmologiques.

Tout modèle supersymétrique se doit donc de calculer l'abondance de sa LSP afin de savoir si celle-ci n'est pas trop grande. Si elle est suffisante pour expliquer nos observations, c'est un plus car le problème est résolu naturellement. Elle est souvent naturellement trop grande, ce qui réduit souvent l'espace des paramètres viables du MSSM. Si la densité est trop faible, le modèle n'est pas exclu mais il faudrait faire appel à un autre type de matière supplémentaire pour arriver à la bonne densité relicue.

1.3.2 Théories de grande unification

Dans le modèle standard, les symétries qui restent à des énergies plus faibles que celles du modèle standard sont en fait ce qui reste de la symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ qui existe vers 100 GeV. L'idée des théories de grande unification est la même, c'est-à-dire de se demander si les symétries du modèle standard sont les réminiscences d'une symétrie plus grande qui aurait été brisée à une énergie plus grande, notée Λ_{GUT} .

Convergence des constantes de couplage

Il y a 30 ans, on pensait que les constantes de couplage du modèle standard convergèrent naturellement à haute énergie 10^{16} GeV.

On sait maintenant que les constantes de couplages se rapprochent mais ne convergent pas exactement (voir figure 1.2).

On peut choisir parmi plusieurs interprétations possibles

- Les constantes de couplage ne convergent pas
- Les constantes de couplage convergent. En calculant l'évolution des constantes de couplage avec l'énergie, on calcule les corrections quantiques dues aux particules du modèle standard, déjà connues. Mais si d'autres particules, chargées sous $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, plus lourdes et qu'on n'a pas encore détectées existent, elles contribuent également aux corrections quantiques et aux équations de renormalisation. C'est parce qu'on oublie de les prendre en compte que les constantes de couplages ne semblent a priori pas converger.

Dans le cas des théories supersymétriques, il faut compter toutes les sparticules, chargées et de masse ~ 1 TeV, dans les équations de renormalisation. On se rend alors compte que les constantes de couplage convergent naturellement à 10^{16} GeV.

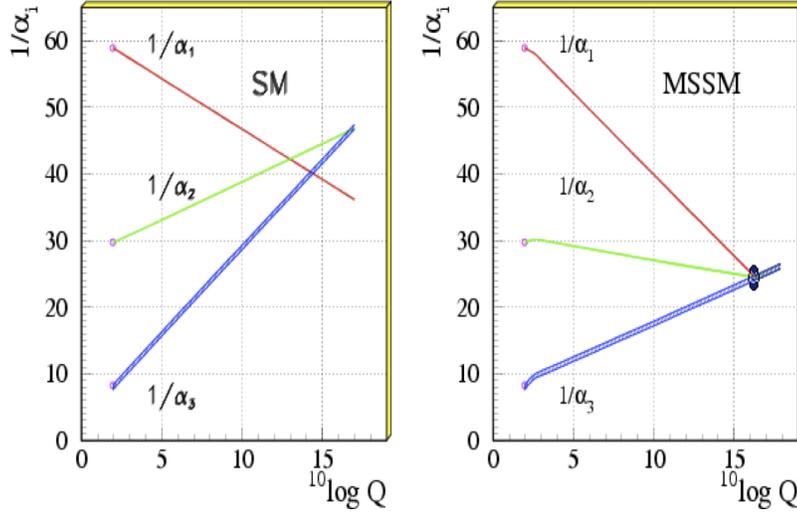


FIGURE 1.2 – Evolution des constantes de couplages sans et avec les superpartenaires. Tiré de [48].

C'est pour ça qu'on dit que l'unification des constantes de couplage sont un signe en faveur de la supersymétrie (voir parfois de manière un peu exagérée qu'elles ont besoin de la supersymétrie pour exister).

Bien entendu, on peut aussi rajouter de manière plus ou moins ad hoc des champs chargés dont la prise en compte ferait converger les constantes de couplage, sans pour autant faire appel à la supersymétrie. Mais là encore, la supersymétrie donne une raison naturelle de faire appel à des particules supplémentaires aux propriétés adéquates.

Annulation des anomalies dans le modèle standard

Dans le modèle standard, les différents quarks et leptons sont dans des représentations différentes et sont donc complètement indépendants. On remarque cependant que si on calcule les anomalies de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, les contributions des quarks et des leptons s'annulent quasi-miraculeusement. S'ils appartiennent à une même représentation d'un groupe plus grand, ceci s'explique plus naturellement.

Quelques chaînes de brisures

Pour illustration, on note ici quelques façons de passer d'un groupe de grande unification aux groupes de symétries du modèle standard.

Le modèle le plus simple est celui de $SU(5)$. La matière du modèle standard est contenue dans une $\bar{5}$ et une 10, et $SU(5)$ se brise lorsque le Higgs Σ

dans l'adjointe prend une vev. Un superpotentiel simple pour arriver à cette dynamique est

$$W(\Sigma) = \frac{M}{2} \text{Tr} \Sigma^2 + \frac{\Lambda}{3} \text{Tr} \Sigma^3 \quad (1.15)$$

$$\text{Avec } \Sigma = v \begin{pmatrix} 2 & & & & \\ & 2 & & & \\ & & 2 & & \\ & & & -3 & \\ & & & & -3 \end{pmatrix}, \text{ on retombe sur } SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times$$

$SU(2)_L \times U(1)_Y$. Il y a deux autres vides supersymétriques mais ils sont moins intéressants.

Pour $SO(10)$, il y a plusieurs manières de passer de $SO(10)$ à $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Désintégration du proton

Dans les théories de grande unification, les quarks et leptons appartiennent à des représentations communes du groupe de grande unification. Cela veut dire qu'il y a des bosons massifs capables de transformer un quark en lepton, menant à terme à la désintégration du proton. Celle-ci n'ayant jamais été observée, cela met des contraintes sur les théories de grande unification [18] [19].

1.3.3 Masse des neutrinos

Depuis 10 ans, on sait que les neutrinos oscillent dont qu'ils ont une masse. Si comme pour les autres particules, on rajoute un terme de masse de Dirac, il faut que les couplages entre le higgs et les neutrinos soient extrêmement petits : $\lambda \sim 10^{-13}$. Sinon, on peut facilement étendre le modèle standard pour générer un mécanisme de See-Saw. Pour cela, on a besoin d'un neutrino droit N_R en plus du neutrino gauche ν_L , qui se trouve être neutre sous les symétries du modèle standard. On tire parti du fait qu'on peut écrire un terme de masse de Majorana $M \bar{N}_L^c N_R$. Dans ce cas, la matrice de masse des neutrinos s'écrit :

$$\nu_L \quad N_L^c \quad (1.16)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{matrix} \nu_R^c \\ N_R \end{matrix} \quad (1.17)$$

Ces deux valeurs propres donnent deux masses d'échelle très différentes pour peu que $m \ll M$: $m_1 \sim M$ et $m_2 \sim m^2/M$. Pour $m \sim 100$ GeV et $M \sim 10^{14}$ GeV, on obtient les bons ordres de grandeur.

Un intérêt supplémentaire dans l'ajout de ce neutrino droit est que dans ce cas, on peut mettre tous les fermions du modèle standard dans la représentation 16 de $SO(10)$. C'est un autre argument en faveur des théories de grande unification.

1.3.4 Supergravité

Dans le modèle standard, on sait que si on part d'une symétrie globale et qu'on la jauge, on obtient une interaction. Dans le cas de la supersymétrie, c'est une généralisation de la gravitation que l'on trouve en la jaugeant. Sans surprise, le goldstino que l'on obtient en brisant la supersymétrie globale est absorbé par le gravitino et lui confère une masse de l'ordre de $\frac{\Lambda_{BS}^2}{M_p}$, Λ_{BS} étant l'échelle de brisure de la supersymétrie et M_p la masse de Planck.

De plus, si on regarde la limite à basse énergie $M_p \rightarrow \infty$, la masse du gravitino $m_{3/2}$ étant fixée, on retrouve les modèles décrits par la supersymétrie globale avec brisure douce.

1.3.5 Dimensions supplémentaires

L'idée d'avoir des dimensions en plus a plus d'un siècle, avec les théories de Kaluza Klein. Il s'agissait alors d'unifier les deux forces connues de l'époque, gravitation et électromagnétisme, en introduisant l'idée d'une 5ème dimension. L'idée a été bien reprise et développée depuis lors. Si on croit aux théories des cordes, celles-ci ne sont valables que dans des univers à 10 dimensions (pour les supercordes, 26 pour les cordes bosoniques). Indépendamment des cordes, la physique des dimensions supplémentaire est suffisamment riche pour avoir donné lieu à de nombreux développements, en physique des saveurs avec le modèle de Randall Sundrum par exemple [24]. On peut aussi jouer sur le problème de naturalité en invoquant des dimensions de l'ordre de TeV [20] [21] [22] [25], chercher des particules de Kaluza-Klein aux collisionneurs, étudier la cosmologie de tels modèles...

La dimension de la dimension supplémentaire est critique. C'est elle qui va donner l'échelle de masse des niveaux d'excitations des fonctions d'onde. Comme dans un oscillateur harmonique en mécanique quantique, on va trouver des particules dont l'énergie sera proportionnelle à $\frac{1}{R}$. Il faut donc que le rayon R de la dimension supplémentaire soit suffisamment petit pour justifier le fait que ces états excités n'ont jamais été observés. Certains modèles se placent à cette limite, avec $R \sim TeV^{-1}$ et proposent une nouvelle physique parfois sans Higgs, et testable au LHC [23].

Si dans les modèles les plus simples, les dimensions supplémentaires sont plates, dans les modèles de type Randall-Sundrum [99], la dimension supplémentaire est courbée. La métrique de l'espace-temps est

$$ds^2 = \exp(-2ky)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2 \quad (1.18)$$

y est la dimension supplémentaire, et varie entre 0 et πR . En 0 et πR , il y a deux branes, respectivement appelées branes ultraviolettes et branes infrarouges. k est la courbure de l'espace. La physique située en y subit la courbure de l'espace, ce qui se traduit par des énergies corrigées par un facteur $\exp(-ky)$. On comprend le choix de la nomenclature pour les deux branes : les énergies sur la brane infrarouge Λ_{IR} sont reliées à celles de la brane ultraviolette Λ_{UV} par la relation

$$\Lambda_{IR} = \Lambda_{UV}\exp(-\pi kR) \quad (1.19)$$

On peut alors expliquer les hiérarchies de masses dans le modèle standard. Suivant leur localisation relative par rapport au Higgs le long de la dimension supplémentaire, les particules vont paraître plutôt lourdes ou légères. Par exemple, si le Higgs est sur la brane ultraviolette, on aura donc plutôt la première et seconde génération le long de la brane infrarouge, et la troisième le long de la brane ultraviolette. Les champs de jauge interagissent avec tous les fermions du modèle standard, donc doivent être situés dans le bulk (espace entier).

1.3.6 Cordes

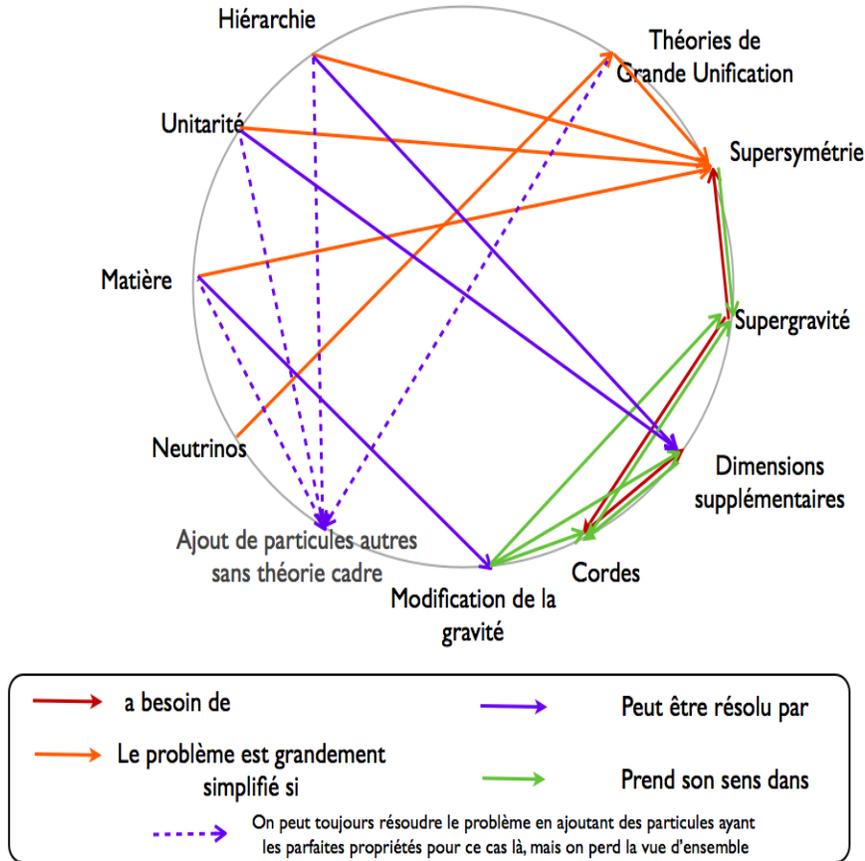
Une remarque préliminaire concernant la théorie des cordes. Beaucoup de personnes reprochent à la théorie des cordes de ne pas être prédictible, c'est-à-dire de ne pas prédire les paramètres du modèle standard. On peut cependant considérer que, de même que la théorie des champs n'est pas prédictible en soi, la théorie des cordes ne constitue qu'un cadre dans lequel construire un modèle. De même que le modèle standard choisit certains champs et interactions au sein de la théorie des champs, c'est seulement une fois la théorie des cordes construite de manière cohérente que l'on pourra décider de ce qu'on met dedans, voir quelles prédictions on obtient à basse énergie et juger de sa prédictibilité.

La théorie des cordes est l'aboutissement des hypothèses décrites auparavant (supersymétrie, supergravité, dimensions supplémentaires). Elle décrit la physique des hautes énergies comme étant celle de cordes se déplaçant dans un univers à 10 ou 11 dimensions (dans le cas supersymétrique). Celles-ci sont trop petites pour que leurs effets aient été détectés à nos échelles. Leur structure mathématique complexe permet de poser un cadre aux théories de supergravité ou aux branes. Si l'ensemble des modèles de cette thèse sont décrits dans le cadre classique de la théorie des champs, nous gardons en tête la possibilité d'implanter nos modèles dans le cadre plus vaste de la théorie des cordes.

1.3.7 Bilan

On sait que le modèle standard n'est pas la fin de l'histoire. Chaque problème vu précédemment peut être pris séparément et résolu sans supersymétrie. Entre ceux qui sont persuadés que la supersymétrie n'existe pas et ceux qui sont sûrs que le LHC va prouver son existence, tous les degrés de croyances existent, menant à de nombreux débats entre physiciens.

Seule l'expérience tranchera, mais notons tout de même que cette théorie a le mérite d'aborder tous les problèmes à la fois. En effet, la supersymétrie est la seule à adresser tous ces problèmes à la fois.



1.4 Contraintes à vérifier

Le modèle standard a été extrêmement bien testé. Les modèles qui cherchent à l'étendre doivent satisfaire toutes sortes de contraintes :

- Il faut pouvoir calculer la valeur de $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2(\theta_W)}$. Cette grandeur vaut un à l'ordre des arbres dans le modèle standard, et seulement des corrections de l'ordre du pourcent via les corrections radiatives. Il faut que les modèles au delà du modèle standard collent aussi bien aux contraintes expérimentales, et ce corrections quantiques comprises.
- le LEP a mis une limite de 114,4 GeV sur la masse du Higgs. Des mesures plus récentes ont exclues la bande comprise entre 158 GeV et 175 GeV[134].

Dans le modèle standard, le mécanisme de GIM permet d'expliquer pourquoi les changements de saveur sont faibles. Si on rajoute de nouvelles particules, on risque de prédire des oscillations en contradiction avec les observations actuelles. Il faut donc expliquer pourquoi les matrices de masse sont telles que les

changements de saveurs restent supprimés.

- les mélanges de mésons, supprimés par GIM dans le modèle standard. Ce sont les mélanges de mésons K qui sont les plus contraignants, devant les mésons B et D. Ils suivent la contrainte $(\frac{500 GeV}{\bar{m}^2})(\frac{\Delta_{d\bar{s}}}{\bar{m}^2}) \leq 10^{-2,-3}$ [106]
- le moment magnétique anomal du muon. Connue avec une grande précision, la valeur du modèle standard est à trois sigma de celle mesurée : $a_\mu|_{exp} - a_\mu|_{MS} = (6 - 25)10^{-10}$. La supersymétrie peut essayer de corriger cet écart, sachant que $a_\mu|_{SUSY} - a_\mu|_{MS} \sim 1310^{-10} \left(\frac{100 GeV}{M_{SUSY}}\right)^2 \tan\beta \text{sign}\mu$
- la transition $b \rightarrow s\gamma$. Le modèle standard prédit $B[B \rightarrow X_s\gamma]_{MS} = (3,70 \pm 0,30)10^{-4}$ tandis que les valeurs expérimentales sont $B[B \rightarrow X_s\gamma]_{exp} = (3,55 \pm 0,32)10^{-4}$. Faire aussi bien est un défi contraignant pour les nouveaux modèles construits.
- la transition $\mu \rightarrow e\gamma$ qui est inobservable dans le modèle standard.

La matière noire a fait l'objet de recherches directes et indirectes

- La détection directe consiste à chercher à détecter la diffusion d'une particule de matière noire sur de la matière. On distingue deux types de limites, celles qui dépendent du spin de la particule cible et celles qui sont indépendantes du spin. Ces dernières sont un peu plus sensibles.
- La détection indirecte, elle, consiste à chercher le résultat de l'annihilation de particules de matière noire. On peut ainsi analyser les rayons gammas, les rayons cosmiques ou les neutrinos solaires.
- Il faut que les candidats à la matière noire puissent reproduire la densité de matière noire observée aujourd'hui. Il faut également que les particules légères ne perturbent pas la baryogénèse primordiale, c'est-à-dire la façon dont les éléments légers se sont formés lors de l'expansion de l'univers.

Chapitre 2

Supersymétrie

2.1 Quelques éléments d'introduction

Cette partie servira à rappeler les principaux résultats concernant la supersymétrie globale et à fixer quelques notations. Nous ne pouvons malheureusement, faute de place et de temps, faire une introduction complète à la supersymétrie. Le lecteur pourra se référer à [138] pour une introduction plus détaillée, et à [48] et [13] pour des exemples de revues sur la supersymétrie.

2.1.1 Idées et formalisme de base

Cette section est destinée aux lecteurs et lectrices qui ne connaîtraient pas la supersymétrie et seraient tout de même arrivés jusqu'ici ¹.

Algèbre supersymétrique

Suivant les goûts du physicien, la structure formelle de la supersymétrie peut être motivée par différents points de vue :

- le point de vue mathématique : on cherche la plus grande structure susceptible de contenir l'algèbre de Poincaré (ie une symétrie capable d'englober celles de l'espace-temps). Le théorème de Coleman-Mandula nous dit que les quantités conservées qui se transforment comme tenseurs sous le groupe de Lorentz se limitent aux scalaires, aux générateurs des translations et des transformations de Lorentz. On étend donc nos recherches aux superalgèbres de Lie, qui contiennent des opérateurs fermioniques.
- le point de vue du phénoménologue : les observations décrites au chapitre précédent nous amènent à chercher une symétrie qui relie des particules de spins différents. Les opérateurs doivent donc en porter un et ne sont plus bosoniques. Ayant un spin demi-entier, ils risquent donc de suivre, non pas des relations de commutation, mais des relations d'anti-commutation.

1. Bravo!

L'algèbre supersymétrique est décrite par :

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\sigma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu \quad (2.1)$$

$$[Q_\alpha, P_\mu] = 0 \quad (2.2)$$

$$[Q_\alpha, M_{\mu,\nu}] = i\sigma_{\alpha\beta}^{\mu,\nu} Q_\beta \quad (2.3)$$

(2.1) signifie que la composition de deux transformations de supersymétrie amène à une translation dans l'espace-temps.

(2.2) signifie que le générateur de supersymétrie commute avec le générateur de translations ie que l'invariance par translation est respectée.

(2.3) donne la facon qu'a le générateur de supersymétrie de se transformer sous les rotations, ce qui permet de confirmer que son spin est 1/2.

En supersymétrie globale, on montre facilement que l'énergie du système est toujours positive, et que le minimum est supersymétrique si et seulement si son énergie est nulle. Cela nous donne un critère simple pour savoir si notre modèle est phénoménologiquement viable, ie si la supersymétrie est bien brisée. Il suffit de regarder l'énergie du vide et de vérifier qu'elle est bien non nulle.

Les incontournables- Énergie du système

Comme toujours en physique théorique, la physique est codée dans le lagrangien du système. Avec les notations habituelles, il est difficile de voir qu'une théorie est supersymétrique (quand elle l'est). On a donc trouvé d'autres outils plus adaptés aux théories supersymétriques.

Le superpotentiel permet de décrire les interactions entre les champs.

En supersymétrie, le Kähler intervient vis-à-vis des termes cinétiques des champs.

Un potentiel de Kähler canonique s'écrit

$$K = \sum_i \phi_i^\dagger \phi_i \quad (2.4)$$

Cependant, si on travaille sur des modèles à haute énergie avant d'intégrrer des champs et de regarder la physique à basse énergie, des potentiels de Kähler plus complexes peuvent intervenir. Dans cette thèse, il nous arrivera de les prendre en compte sous la forme de corrections

$$K = \sum_i \phi_i^\dagger \phi_i + \sum_i \frac{\text{Opérateurs}_i}{\text{Échelle de coupure}^{4-d_i}} \quad (2.5)$$

d_i étant la dimension de l'opérateur Opérateurs _{i} .

À partir du potentiel de Kähler, on construit la métrique du système

$$g_{i,\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi_i \partial \bar{\phi}_{\bar{j}}} \quad (2.6)$$

Les termes cinétiques des scalaires se généralisent ensuite à

$$L_{kin} = g_{i,\bar{j}} \partial^\mu \phi^i \partial_\mu \bar{\phi}^{\bar{j}} \quad (2.7)$$

Les termes de jauge sont eux codés par la fonction cinétique $f(\phi^i)$

$$L_{kin} = -\frac{1}{4} \text{Re}(f_{ab}(\phi^i)) F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^b + \frac{1}{4} \text{Im}(f_{ab}(\phi^i)) F^{a\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}^b \quad (2.8)$$

Finalement, on obtient l'énergie du système

$$V = F^i g_{i,\bar{j}} \bar{F}^{\bar{j}} + \frac{1}{2} \text{Re}(f_{ab}) D^a D^b \quad (2.9)$$

avec, pour $\kappa^{-1} = \frac{M}{\sqrt{8\pi}}$ l'échelle de Plank réduite

$$F^i = -g^{i\bar{j}} e^{\kappa^2 K/2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{\phi}^{\bar{j}}} + \kappa^2 \frac{\partial K}{\partial \bar{\phi}^{\bar{j}}} \bar{W} \right), \quad D = (\text{Ref})_{ab}^{-1} \frac{\partial K}{\partial \phi^i} (t^a \phi)^i \quad (2.10)$$

Superchamps

L'idée de superchamp reprend des outils bien connus en symétrie. Lorsqu'on travaille dans l'espace, on sait que ce sont les vecteurs, et non pas les coordonnées prises séparément, qui ont du sens lorsqu'on effectue des rotations sur le système. De même, dans le modèle standard, les particules qui se transforment les unes dans les autres par échange de bosons sont regroupées dans des représentations du groupe de symétrie. En supersymétrie, ce sont les champs bosoniques et fermioniques qui se mélangent lors de transformations supersymétriques. On comprend donc que ce sont les superchamps, qui rassemblent dans le même objet les composantes de spin différents, qui seront à même de décrire simplement les objets supersymétriques.

De même que pour un vecteur $\vec{x} = x_1 \vec{u}_1 + x_2 \vec{u}_2 + x_3 \vec{u}_3$, on va pouvoir écrire par exemple $X = x + \theta y + \theta^2 z$. où x , y et z seront les composantes du superchamp. Comme ces champs ont des spins différents, on sait que θ a un spin 1/2, ce qui en fait une variable de Grassmann. Pour que les transformations soient linéaires, on va être obligés de rajouter des champs auxiliaires. Leur rôle est de simplifier les calculs. Ils ne sont pas dynamiques car n'ont pas de terme cinétique et ne sont donc pas physiques.

Suivant le spin des particules concernées, on a différents types de superchamps :

- Superchamps chiraux

Ce champ permet de décrire un scalaire complexe ϕ , son superpartenaire ψ comme fermion de Weyl, accompagnés d'un champ auxiliaire F .

$$\Phi = \phi + \sqrt{2} \theta^\alpha \psi_\alpha + \theta^2 F \quad (2.11)$$

L'action pour un superchamp chiral s'écrit simplement

$$S = \int d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta} \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) + \int d^4x d^2\theta W(\Phi(x, \theta)) + cc \quad (2.12)$$

Alors que l'action par composantes s'écrit

$$S = \int d^4x \left(\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi + i\psi \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} + F^* F + \frac{\partial W}{\partial \Phi}(\phi) F + \left[\frac{\partial W}{\partial \Phi}(\phi) \right]^* F^* - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial \Phi^2}(\phi) \psi \psi - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial \bar{\Phi}^2} \right](\phi) \bar{\psi} \bar{\psi} \right) \quad (2.13)$$

- Le superchamp vectoriel

Le superchamp vectoriel contient un vecteur, un fermion et un champ auxiliaire réel $(A_\mu(x), \lambda(x), D(x))$.

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + i\theta \chi_x - i\bar{\theta} \bar{\chi}(x) + \frac{i}{2} \theta^2 [M(x) + iN(x)] - \frac{i}{2} \bar{\theta}^2 [M(x) - iN(x)] + \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu(x) \\ & + \theta^2 \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \left(\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x) + \frac{1}{2} (\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi(x))^{\dot{\alpha}} \right) + \bar{\theta}^2 \theta^\alpha \left(\lambda_\alpha(x) - \frac{1}{2} (\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}(x))_\alpha \right) \\ & - \frac{1}{2} \theta^2 \bar{\theta}^2 \left(D(x) + \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C(x) \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Évidemment, à cause de l'invariance de jauge, certains champs qui apparaissent ici ne sont pas physiques.

Les champs physiques sont contenus dans le superchamp chiral

$$W_\alpha = -\frac{1}{4} \bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{D}^{\dot{\alpha}} D_\alpha V \quad (2.16)$$

On obtient l'action à partir de

$$S = \int d^4x d^4\theta \Phi^\dagger e^{-2gV} \Phi + \frac{1}{4} \int d^4x d^2\theta W^\alpha W_\alpha + cc \quad (2.17)$$

Ceci donne le même résultat que

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \left(D^\mu \phi^{i*} D_\mu \phi_i + i\psi_i \sigma^\mu D_\mu \bar{\psi}^i + F^{*i} F_i \right. \\ & \left. + g(\phi^{i*} D^\alpha t_i^{\alpha j} \phi_j + \sqrt{2} \phi^{i*} \lambda^\alpha t_i^{\alpha j} \psi_j + \sqrt{2} \bar{\lambda}^\alpha \bar{\psi}^i t_i^{\alpha j} \phi_j) \right) \\ & + \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i\lambda \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\lambda} + \frac{1}{2} D^2 \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.1.2 Le MSSM

L'acronyme MSSM traduit Minimal Supersymmetric Standard Model. C'est donc l'extension minimale du modèle standard.

Contenu en superchamps

Elle contient donc :

- les superchamps contenant les champs de matière du modèle standard (fermions) et leurs partenaires supersymétriques (sfermions) :
- les superchamps contenant les bosons de jauge du modèle standard et leurs superpartenaires (jauginos)
- deux bosons de Higgs et leurs superpartenaires (higgsinos). On rappelle qu'il faut deux doublets de Higgs pour pouvoir écrire un superpotentiel holomorphe contenant les couplages de Yukawa pour tous les fermions et pour éviter les anomalies de jauge.
- on ajoute aussi le gravitino, qui intervient naturellement quand on se place dans le cadre de la supergravité

supermultiplet	$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	spin de la particule standard	spin du partenaire supersymétrique
$Q = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}$	$(3, 2, \frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
$L = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1)$	$\frac{1}{2}$	0
U^c	$(\bar{3}, 1, \frac{-4}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
D^c	$(\bar{3}, 1, \frac{2}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
E^c	$(1, 1, 2)$	$\frac{1}{2}$	0
$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1)$	0	$\frac{1}{2}$
$H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	$(1, 2, 1)$	0	$\frac{1}{2}$
A_μ	$(1, 1, 0)$	1	$1/2$
W^\pm	$(1, 3, 0)$	1	$1/2$
Z	$(1, 3, 0)$	1	$1/2$
\tilde{g}	$(8, 1, 0)$	1	$1/2$
gravitino	$(1, 1, 0)$	2	$3/2$

Superpotentiel du MSSM

$$W_{Higgs} = -\mu H_1 \cdot H_2 \quad (2.19)$$

$$W_{Yukawa} = \lambda_d Q H_1 D^c + \lambda_u Q H_2 U^c + \lambda_e L H_1 E^c \quad (2.20)$$

Champs physiques

Les particules physiques sont des combinaisons des partenaires supersymétriques des particules du modèle standard. En effet, si par exemple les bosons de Higgs

du modèle standard et les bosons de jauge ne peuvent se mélanger entre eux (scalaires et vecteurs), leurs partenaires sont tous de spin 1/2. Ceux qui ont la même charge peuvent donc se mélanger entre eux via une matrice de masse. Les états physiques sont les états propres de cette matrice et sont donc une combinaison de tous les gens.

Ainsi on sait qu'on obtient les neutralinos à partir des partenaires neutres des champs de jauge $\lambda_{B_L}, \lambda_{3_L}$ ainsi que ceux des bosons de higgs neutres $\Psi_{H_{1L}^0}$ et $\Psi_{H_{2L}^0}$.

$$\begin{pmatrix} \chi_{1L}^0 \\ \chi_{2L}^0 \\ \chi_{3L}^0 \\ \chi_{4L}^0 \end{pmatrix} = U_{\chi^0} \begin{pmatrix} \lambda_{B_L} \\ \lambda_{3_L} \\ \Psi_{H_{1L}^0} \\ \Psi_{H_{2L}^0} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

U_{χ^0} est la matrice de passage qui permet de diagonaliser la matrice de masse M_{χ}

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & M_Z \cos\beta \sin\theta_W & -M_Z \sin\beta \sin\theta_W \\ 0 & M_2 & -M_Z \cos\beta \cos\theta_W & M_Z \sin\beta \cos\theta_W \\ M_Z \cos\beta \sin\theta_W & -M_Z \cos\beta \cos\theta_W & 0 & -\mu \\ -M_Z \sin\beta \sin\theta_W & M_Z \sin\beta \cos\theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Les charginos eux, sont obtenus à partir de Higgs et jauginos chargés

$$\begin{pmatrix} \chi_{1L}^+ \\ \chi_{2L}^+ \end{pmatrix} = U_{\chi^+} \begin{pmatrix} \lambda_L^+ \\ \Psi_{H_{2L}^+} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

U_{χ^+} permet de diagonaliser la matrice de masse

$$M_{\chi^+} = \begin{pmatrix} M_2 & -M_W \sqrt{2} \sin\beta \\ -M_W \sqrt{2} \cos\beta & \mu \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

De même, on obtient χ_1^- et χ_2^- à partir de λ^- et $\Psi_{H_1^-}$.

Les squarks et sleptons gauches et droits ont chacun un partenaire supersymétrique. On a donc à chaque fois deux sfermions $\tilde{f}_{1,2}$ obtenus comme combinaisons linéaires de $\tilde{f}_{L,R}$. Il en ressort à chaque fois deux sparticules, notées \tilde{p}_1 et \tilde{p}_2 .

Si on rajoute les jauginos, il ne manque plus que les Higgs pour avoir un spectre complet. Dans le secteur des bosons de Higgs, il y a h_0 le plus léger, H_0 et A_0 ceux qui sont pair et impair sous CP, et les higgs chargés H^+ et H^- .

On obtient des spectres dont des exemples sont disponibles en figures (2.5) et (2.4).

Enfin notons que si on cherche à représenter un spectre théorique, on peut encore rajouter le gravitino afin de compléter le tableau.

particule	limite sur sa masse
χ_1^0	46 GeV
χ_2^0	62.4 GeV
χ_3^0	99.9 GeV
χ_4^0	116 GeV
χ_1^+	94 GeV
\tilde{e}	107 GeV
$\tilde{\mu}$	94 GeV
$\tilde{\tau}$	81.9 GeV
\tilde{q}	379 GeV
\tilde{b}	89 GeV
\tilde{t}	95.7 GeV
\tilde{g}	308 GeV

FIGURE 2.1 – Limites sur les masses des partenaires données par [48]. Soulignons le fait que ce ne sont en fait que des ordres de grandeur, la valeur exacte des limites dépendant toujours des hypothèses sur lesquelles sont basées les analyses. *Ces limites sont en partie obsolètes, les nouvelles mesures ayant tendance à mettre des contraintes plus fortes, en particulier sur les gluinos et les squarks [134]. Il semblerait que ceux-ci sont plus lourds que 500 GeV. Cependant, les contraintes dépendent des hypothèses faites par les analyses, et celles-ci étant peu nombreuses, nous avons choisi de garder celles de [48].*

2.1.3 Termes softs

Les termes softs peuvent être abordés de plusieurs facons :

- au point de vue phénoménologique, on peut les mettre “à la main” en ne gardant que les termes qui garantissent des corrections quantiques logarithmiques à la masse du higgs. On supprime arbitrairement les autres.
- on peut aussi avoir une approche “top-down”, c’est-à-dire constater que si on part d’un lagrangien supersymétrique à haute énergie (en supergravité) et qu’on garde les termes dans la limite $M_p \rightarrow \infty$, à $\frac{F}{M_P}$ constant, on se retrouve avec les mêmes termes softs que trouvés par la méthode précédente.

Les seuls termes softs possibles sont :

- les termes de masse pour les scalaires et pseudo-scalaires $m^2\phi^*\phi$, $\tilde{m}^2(\phi^2 + \phi^{*2})$, où ϕ est un scalaire.
- les A-termes $A(\phi^3 + \phi^{*3})$
- les termes de masses pour les jauginos $M_\lambda\bar{\lambda}\lambda$

2.1.4 Limites des modèles les plus simples

SuperTrace ou la nécessité d’un secteur additionnel

Dans les premiers modèles supersymétriques, la brisure de supersymétrie était posée de question naturelle : Peut-on construire un modèle contenant uniquement le MSSM et dans lequel la supersymétrie est brisée ?

Il se trouve que cette condition est difficile à réaliser.

Si aucun théorème ne permet d’exclure qu’un modèle simple pourrait exister, ceux-ci font face à un certain nombre de contraintes.

Ainsi par exemple, une condition imposée par la supersymétrie est que sans D terme

$$StrM^2 = \sum_{particules_i} (-1)^{2S_i} (2S_i + 1) M_i^2 = 0 \quad (2.25)$$

Où M_i et S_i sont les masses et spins des particules concernées.

S’il existe une échelle qui fixe la masse des superpartenaires, elle doit être plus lourde que celle du modèle standard, donc cette égalité ne peut pas être préservée.

Si on veut briser la supersymétrie par les F-termes dans le MSSM, cela ne peut se faire que sur celui du Higgs. En effet, les autres étant définis via $-F^* = \frac{\partial W}{\partial \phi}$, W étant neutre et les champs étant chargés, avoir un F terme non nul impose de briser la symétrie sous laquelle ϕ est chargée.

On peut essayer de briser la supersymétrie via les D-termes en utilisant un terme de Fayet Illiopoulos, mais dans ce cas la difficulté vient du fait qu’il faut réussir à éviter les anomalies tout en engendrant des masses suffisamment grandes pour les jauginos.

Devant les difficultés rencontrées, les théoriciens ont pris l’habitude de rajouter un ensemble de particules (secteur) dont le rôle est uniquement de briser la supersymétrie.

Deux facons d’échapper à la condition $StrM^2 = 0$:

- prendre en compte les corrections quantiques (médiation de jauge)
- prendre en compte des effets gravitationnels (supergravité et médiation gravitationnelle). la formule devient alors

$$Str M^2 = \sum_{\text{particules } i} (-1)^{2S_i} (2S_i + 1) M_i^2 = 2e^G \frac{G_z G_{\bar{z}}}{G_{z\bar{z}}} \frac{R_{z\bar{z}}}{G_{z\bar{z}}} \Big|_{min}, \quad (2.26)$$

où S_i représente le spin de la particule, M_i sa masse, tandis que $G = \frac{8\pi}{M_p^2} K + \ln|W|^2$, et $R_{z\bar{z}}$ est sa courbure $R_{z\bar{z}} = -\partial_z \partial_{\bar{z}} \ln(G_{z\bar{z}})$.

Si le mécanisme qui génère des masses pour les sfermions est découplé de la physique des saveurs, on risque de prédire des changements de saveur en contradiction avec l'expérience. Il faut donc comprendre pourquoi les masses des sfermions sont

- soit universelles (matrice de masse pour les trois familles proportionnelle à l'identité)
- soit générées dans la même base que celle du modèle standard (on parle d'alignement, la matrice de masses au carré est diagonale dans la base aux les matrices de masses du modèle standard sont diagonales. Le plus simple est d'avoir proportionnalité entre les deux (Minimum Flavor Violation)
- avec des coefficients tels que les particules n'engendrent pas de changements de saveur en contradiction avec l'expérience.

Masse du higgs

A l'ordre des arbres, la masse du higgs doit vérifier $m_h \leq m_Z$. On peut donc être surpris du fait qu'il n'ait pas encore été détecté. En fait, si on prend en compte les corrections radiatives, on trouve une limite qui vaut plutôt

$$m_h^2 \leq M_Z^2 + \frac{3g^2 m_t^4}{8\pi^2 m_W^2} \left(\ln(M_s^2/m_t^2) + \frac{X_t^2}{M_s^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12M_s^2}\right) \right) \quad (2.27)$$

avec $X_t = A_t - \mu \cot \beta$, $M_S^2 = \frac{1}{2}(M_{\tilde{t}_1}^2 + M_{\tilde{t}_2}^2)$. Pour une masse du top $m_t = 175$ GeV et une masse moyenne des stops $M_s \leq 2$ TeV, on évalue pour le MSSM, $m_h \leq 135$ GeV.

Aujourd'hui, la limite expérimentale sur la masse du Higgs est de 114,4 GeV [136].

μ et $B\mu$

μ et $B\mu$ déterminent la forme du potentiel de Higgs et vérifient donc un certain nombre de contraintes :

$$V = (m_1^2 + \mu^2) |h_1^0|^2 + (m_2^2 + \mu^2) |h_2^0|^2 + B\mu (h_1^0 h_2^0 + \bar{h}_1^0 \bar{h}_2^0) + \frac{g^2 + g'^2}{8} (|h_1^0|^2 - |h_2^0|^2)^2 \quad (2.28)$$

On vérifie que dans la direction $|h_1^0| = |h_2^0|$ il n'y a pas d'instabilité, ce qui impose

$$m_1^2 + m_2^2 + 2\mu^2 > 2|B\mu| \quad (2.29)$$

L'instabilité en zero est nécessaire pour la brisure électrofaible :

$$(m_1^2 + \mu^2)(m_2^2 + \mu^2) < |B\mu|^2 \quad (2.30)$$

Il faut savoir comment générer le μ terme.

Le problème se pose ainsi : comment générer naturellement une échelle de l'ordre de grandeur attendu (1 TeV) alors que tous les paramètres sont à une échelle différente ($M_P, \Lambda_{GUT} \dots$) ?

Une réponse simple consiste à rajouter un scalaire dont le rôle est de prendre une vev et générer ainsi un μ terme du bon ordre de grandeur.

$$\lambda S H_2 \cdot H_1 \quad (2.31)$$

Ces modèles sont appelés nMSSM [26].

Dans les autres modèles, μ et $B\mu$ peuvent être générées par les corrections radiatives et les interactions non renormalisables.

2.1.5 Les bases des modèles plus évolués

Un système comprenant les particules du modèle standard et leurs partenaires supersymétriques ne peut pas briser la supersymétrie en cohérence avec les observations du modèle standard.

Il faut donc rajouter aux modèles des particules en plus, qui forment un secteur dans lequel la supersymétrie est brisée, puis étudier comment la brisure de supersymétrie est communiquée au MSSM. Dans le cas où la brisure de supersymétrie est communiquée gravitationnellement, on parle de secteur caché. Dans cette thèse, on appellera secteur caché le secteur additionnel qui brise la supersymétrie, indépendamment de la façon dont la brisure de supersymétrie est médiée.

2.2 Modèles explicites de brisure de la SUSY, Brisure dynamique

Il s'agit ici de construire des modèles pour les secteurs cachés. On doit donc trouver un certain nombre de champs qui interagissent de telle sorte que la supersymétrie soit brisée. On se concentre ici sur les modèles qui brisent la supersymétrie via leurs F-termes.

2.2.1 Théorèmes généraux

Afin de comprendre les contraintes auxquels la plupart des modèles sont soumis, un certain nombre de théorèmes ont été développés. Nous décrivons ici le rôle de la R symétrie dans la brisure de supersymétrie, amenant aux raisons pour lesquelles les gens s'intéressent de près aux vides métastables.

R symétrie est nécessaire pour la brisure de supersymétrie

Dans [33], Nelson et Seiberg expliquent pourquoi la majorité des modèles nécessitent une brisure de R-symétrie pour briser la supersymétrie.

Hypothèses :

Dans ce modèle, le potentiel de Kähler est canonique : $K = \sum_i z_i^* z_i$.²

Du coup, avoir un vide supersymétrique revient à pouvoir résoudre les équations suivantes.

$$\frac{\partial W}{\partial z_j} = 0 \text{ (F-termes)} \quad (2.32)$$

$$z_j^* T_{j,k}^A z_k = 0 \text{ (D-termes)} \quad (2.33)$$

Dans l'article, les auteurs considèrent qu'à basse énergie les éléments chargés se sont agrégés pour former des condensats et qu'il ne reste donc que des éléments neutres (invariants de jauge). Ils n'ont donc pas de condition sur les D-termes. C'est le cas de la plupart des modèles utilisés dans la construction des modèles O'Raifeartaigh.

L'étude se fait en 3 étapes

1/ Premier cas : le système ne comporte pas de symétrie.

Comme il n'y a pas de D-termes, chercher un vide supersymétrique revient à résoudre n équations à n inconnues. Un modèle générique va donc posséder un minimum supersymétrique. Notons cependant que certains modèles simples (exemple $W = f X$) échappent à cette contrainte car ils ne sont pas "génériques".

2/ Second cas : le système comporte une symétrie globale ou une symétrie de jauge.

Pour le démontrer, on regarde d'abord ce qui se passe dans le cas d'une symétrie U(1). Le superpotentiel dépend de n champs $W(\phi_i), i = 1..n$. Il y a au moins un champ chargé (sinon on revient au cas précédent). Pour les notations, on considère que c'est le champ n qui est chargé, soit $q_n \neq 0$. On peut ainsi redéfinir les champs $X_i = \phi_i / \phi_n^{q_i/q_n}$, pour $i = 1..n-1$. Le superpotentiel dépend des n-1 X_i et de ϕ_n . Le superpotentiel est neutre, tous les champs sauf ϕ_n sont neutres, ϕ_n est chargé, donc W ne dépend que des X_i .

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_n} = 0. \quad (2.34)$$

Il reste n-1 contraintes à satisfaire pour n-1 champs.

$$\frac{\partial W}{\partial X_j} = 0, j = 1..n-1 \quad (2.35)$$

2. En fait, cet argument sert uniquement à écrire l'équation (2.32). On peut donc le généraliser tant que la métrique ne s'annule pas. On sait de toutes les façons, notre modèle n'est plus valide si la métrique devient singulière, par exemple parce que le système développe de nouveaux degrés de liberté de masse nulle non décrits dans notre système.

Si le superpotentiel est générique, cela veut dire que l'on peut a priori résoudre le système et mettre tous les F-termes à zéro, donc que le vide est supersymétrique.

3/ Troisième cas : le système possède une R-symétrie. La différence avec le cas précédent vient du fait que dans ce cas, le superpotentiel est chargé, de charge 2. Avec les mêmes notations qu'au cas précédent, la seule façon de l'écrire en fonction de ϕ_n chargé et des X_i neutres est donc

$$W = \phi_n^{2/q_n} \tilde{W}(X_i) \quad (2.36)$$

On réutilise le fait que notre étude se limite aux endroits où le Kähler ne s'annule pas.

Ainsi, les conditions pour mettre tous les F-termes à zéro sont

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial X_i} = 0, i = 1..n - 1 \quad (2.37)$$

$$\tilde{W}(X_i) = 0 \quad (2.38)$$

Pour un superpotentiel quelconque, il faut résoudre n équations avec n-1 inconnues, pour mettre tous les F-termes à zéro, c'est-à-dire pour avoir un vide supersymétrique.

Conclusion :

- avec un Kähler canonique (en fait une métrique non singulière)
- pour des vev de champs non nulles et non infinies (En fait on note que c'est la vev du champ chargé sous la R symétrie qui doit être non nulle. Cela correspond à une brisure spontanée de R-symétrie)
- pour un système sans D-termes (qui exclut donc les modèles dynamiques dans lesquels la supersymétrie est liée à des effets de confinements dus à des couplages forts)
- pour un système générique, c'est-à-dire sans fine-tuning ou sans relation particulière entre les paramètres,

Il faut une R symétrie pour pouvoir briser la supersymétrie.

On peut trouver un certain nombre de contre-exemples dans [46] [58] par exemple.

La R symétrie est incompatible avec la brisure de supersymétrie.

Si la supersymétrie existe, elle doit être brisée, donc les jauginos, qui n'ont jamais été observés, doivent avoir une masse. Celle-ci, si elle est de Majorana, est de la forme : $M\lambda\lambda$. Comme les champs de jauge ne peuvent pas être chargés sous la R symétrie, ce terme brise la R-symétrie.

Il faut donc briser la R symétrie pour générer les masses des jauginos et briser la supersymétrie de manière réaliste.

Notons qu'il y a eu des tentatives pour échapper au problème en construisant des masses de Dirac pour les jauginos [37].

De manière générale, on se référera à la masse de Majorana des jauginos quand on parlera de la masse des jauginos.

La métastabilité ou l'art du compromis

Le lecteur averti aura noté que les phrases “Il faut une R symétrie pour pouvoir briser la supersymétrie.” et “Il faut donc briser la R symétrie pour briser la supersymétrie de manière réaliste.” sont un peu contradictoires. Heureusement, le physicien rusé a inventé pour vous un concept qui nous permet de sortir de cette impasse : celui de métastabilité. Le potentiel possède plusieurs vides locaux. Celui de plus basse énergie restaure la supersymétrie, ce qui permet de générer facilement des masses de jauginos.

Nous allons revenir brièvement sur l'impact de la R-symétrie dans les modèles de O'Raifeartaigh, puis nous décrirons brièvement le modèle dit d'ISS, qui permet de briser dynamiquement la supersymétrie de manière métastable.

2.2.2 Brisure dynamique et QCD supersymétrique

On sait que la difficulté d'étudier QCD vient du fait que son couplage est fort et qu'on ne peut donc pas travailler perturbativement à basse énergie. A basse énergie, les bons degrés de libertés ne sont plus tant les quarks et gluons que les baryons et mésons. On sait également qu'en QCD, le confinement n'est pas seulement dû au couplage fort mais dépend aussi du nombre de familles relativement à la taille du groupe de jauge. Dans la version de QCD supersymétrique, on trouve également des comportements différents suivant les valeurs de N_f et N_c . Seiberg [61] identifie des dualités entre théories à couplage faible et fort en comparant leurs degrés de liberté. Pour utiliser le même vocabulaire, on appellera mésons les particules composées de quarks et celles qui apparaissent à basse énergie.

À haute énergie, on travaille avec des quarks Q et \tilde{Q} “fondamentaux” qui sont soumis à une symétrie de saveur $SU(N_f)$ et de couleur $SU(N_c)$ ainsi qu'à une R symétrie et une symétrie baryonique. À partir des quarks élémentaires, on peut construire des mésons et des baryons (ceux-ci n'étant définis que si $N_f \leq N_c$) :

$$M_{\tilde{j}}^i = Q^i \tilde{Q}_{\tilde{j}} \quad (2.39)$$

$$B^{i_1 \dots i_{N_c}} = Q^{i_1} \dots Q^{i_{N_c}} \quad (2.40)$$

$$\tilde{B}^{\tilde{i}_1 \dots \tilde{i}_{N_c}} = \tilde{Q}^{\tilde{i}_1} \dots \tilde{Q}^{\tilde{i}_{N_c}} \quad (2.41)$$

A l'ordre des arbres

On peut calculer leurs vevs à l'ordre des arbres, celles-ci annulant la contribution à l'énergie liée aux D-termes :

$$N_f < N_c$$

$$Q = \tilde{Q} = \begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_f} \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

$$N_f \geq N_c$$

$$Q = \begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_c} \end{pmatrix}, \tilde{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 & & & \\ & \tilde{a}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

avec $|a_i|^2 - |\tilde{a}_i|^2 = \text{indépendant de } i$

$$M = \begin{pmatrix} a_1 \tilde{a}_1 & & & \\ & a_2 \tilde{a}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_c} \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

$$B^{1\dots N_c} = a_1 a_2 \dots a_{N_c} \quad (2.45)$$

$$\tilde{B}^{1\dots N_c} = \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 \dots \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \quad (2.46)$$

Sous $SU(N_f) \times SU(N_f) \times U(1)_B \times U(1)_R$, Q se comporte comme $(N_f, 1, 1, \frac{N_f - N_c}{N_f})$ et \tilde{Q} comme $(1, \tilde{N}_f, -1, \frac{N_f - N_c}{N_f})$.

Pour trouver les superpotentiels donnés dans la table (2.2), on cherche les superpotentiels qui vérifient les symétries du problème, et sont cohérents entre eux (si on découple un quark par exemple, on trouve bien le cas $N_f - 1$, et les théories collent au raccordement, lorsque l'énergie du système vaut la masse du quark lourd).

	Contraintes classiques	Corrections quantiques	Comportements / commentaires
$N_f < N_c$		$W_{eff} = (N_c - N_f) \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{\det \tilde{Q}\tilde{Q}} \right)^{1/N_c - N_f}$	Pas de vide (runaway)
$N_f < N_c$	$W_{tree} = \text{Tr} m M$ Rajouté pour stabiliser le runaway	$W_{eff} = (N_c - N_f) \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{\det \tilde{Q}\tilde{Q}} \right)^{1/N_c - N_f}$	N_c vides : $< M_j^i > = (\det m \Lambda^{3N_c - N_f})^{1/N_c} \left(\frac{1}{m} \right)^i_j$
$N_f = N_c$	$\det M - B\tilde{B} = 0$ Il y a une singularité en 0 qui correspond à l'apparition de particules de masse nulle	$\det M - B\tilde{B} = \Lambda^{2N_c}$ Au niveau quantique, 0 n'est plus solution, la symétrie $SU(N_f)$ est brisée	
$N_f = N_c + 1$	$\det M (1/m)^i_j - B_i B^j = 0$ $M_j^i B_i = M_j^i \tilde{B}^j = 0$	$W_{eff} = \frac{1}{\Lambda^{2N_c - 1}} \left(M_j^i B_i \tilde{B}^j - \det M \right)$	
$N_f \geq 3N_c$			là la valeur de la constante de couplage diminue en même temps que l'énergie, on peut travailler simplement avec les champs du lagrangien.
$\frac{3}{2}N_c < N_f < 3N_c$			Liberté asymptotique. On considère qu'il existe un point fixe \rightarrow théorie des champs superconforme.

FIGURE 2.2 – Liste des différents cas possibles pour SQCD

Dualité

Le cas $3/2N_c < N_f < 3N_c$ est particulièrement intéressant, car la théorie qu'il décrit peut également l'être par une théorie dite duale.

En effet, considérons, la théorie possédant

- un groupe de jauge $SU(N_f - N_c)$
- une symétrie de saveur $SU(N_f)$
- N_f quarks q_i et antiquarks \tilde{q}_i , $i = 1..N_f$ “magnétiques”
- des mésons magnétiques neutres dans l'adjoint de $SU(N_f)$, $M_{m,\tilde{j}}^i$

Comme $3/2(N_f - N_c) < N_f < 3(N_f - N_c)$, on sait que le système évolue vers un point fixe où la théorie des champs devient superconforme. Il se trouve que lorsqu'on prend en compte le superpotentiel suivant

$$W = \frac{1}{\mu} M_{m,\tilde{j}}^i q_i \tilde{q}^{\tilde{j}} \quad (2.47)$$

la théorie électrique (avec les quarks électriques Q chargés sous $SU(N_c)$ et $SU(N_f)$) et la théorie magnétique évoluent vers le même point fixe. On peut donc choisir l'une ou l'autre des descriptions suivant ce qui est le plus simple à manipuler (celle au couplage faible, par exemple), en gardant en tête les relations suivantes :

$$M = \mu M_m \quad (2.48)$$

$$\Lambda_e^{3N_c - N_f} \tilde{\Lambda}_m^{3N_c - N_f} = (-1)^{N_f - N_c} \mu^{N_f} \quad (2.49)$$

Λ_e et Λ_m correspondent aux échelles dynamiques générées dans les théories électrique et magnétique, tandis que μ est introduite en (2.48) pour faire le raccord dimensionnel entre les deux théories.

Les symétries globales sont les mêmes dans les deux cas : $SU(N_f) \times SU(N_f) \times U(1)_B \times U(1)_R$, avec q se transformant comme $(\bar{N}_f, 1, \frac{N_c}{N_f - N_c}, \frac{N_c}{N_f})$ et \tilde{q} comme $(1, N_f, -\frac{N_c}{N_f - N_c}, \frac{N_c}{N_f})$.

2.2.3 Modèle d'Intrilligator, Seiberg et Shih (ISS)

Le modèle dit ISS, pour Intrilligator, Seiberg et Shih [45] est très populaire car il permet de :

- Générer dynamiquement un modèle de type O'Raifeartaigh via SQCD
- Résoudre le conflit apparent concernant la R-symétrie

Comme vu précédemment, on peut partir d'une théorie à haute énergie avec $N = 1$ SUSY QCD, avec N_f saveurs et un groupe de jauge $SU(N_c)$. Si $N_c < N_f < 3/2N_c$, on sait qu'à basse énergie, dans la théorie duale, on peut décrire le système par des quarks et des mésons magnétiques, chargés sous une symétrie de jauge $SU(N)$, $N = N_f - N_c$ et avec une symétrie globale de saveur $SU(N_f)$. Les mésons sont dans l'adjoint de $SU(N_f)$: X_{ij} , $i, j = 1..N_f$. Les quarks sont notés $q_{i,a}$ et \tilde{q}_a^i , $a = 1..N$

Le superpotentiel s'écrit

$$W = h\text{Tr}(qX\tilde{q}) - h\mu^2\text{Tr}(X) \quad (2.50)$$

Il suffit de choisir $N < N_f$ pour que la supersymétrie soit brisée. En effet,

$$-F_{X_{i,j}}^* = hq_{i,a}\tilde{q}_j^a - h\mu^2\delta_{i,j} \quad (2.51)$$

La première matrice est de rang N et ne peut donc pas être égale au second terme de rang N_f . La supersymétrie est donc brisée et certains champs X font office de spurions³.

L'énergie du vide vaut

$$V_{min} = (N_f - N)|h^2\mu^4| \quad (2.52)$$

et est obtenue, à l'ordre des arbres, pour des champs dont les vev valent :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & X_0 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

$$q = \begin{pmatrix} q_{0,1} \\ \vdots \\ q_{0,N} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

$$\tilde{q} = (\tilde{q}_{0,1}, \dots, \tilde{q}_{0,N}, 0) \quad (2.55)$$

Comme pour l'étude des modèles O'Raifeartaigh, on montre qu'il existe des directions plates à l'ordre des arbres qui sont levées par les corrections quantiques :

$$V_{eff} = \frac{1}{64\pi^2}\text{STr}M^4\log\frac{M^2}{\Lambda^2} = \frac{1}{64\pi^2}\text{Tr}m_B^4\log\frac{m_B^2}{\Lambda^2} - \text{Tr}m_F^4\log\frac{M_F^2}{\Lambda^2} \quad (2.56)$$

où m_B et m_F sont les masses des bosons et des fermions.

On trouve que des vevs qui maximisent les symétries conservées, c'est-à-dire $X = 0$ et $q = \tilde{q}^T = (\underbrace{\mu, \dots, \mu}_{N \text{ times}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N_f - N})$. Sans surprise, on trouve que la R-symétrie

est conservée dans ce vide qui brise la supersymétrie.

Le suspense est à son comble : comment va-t'on modifier le système pour réussir à générer des masses de jauginos ?

On étudie le même modèle, mais jaugé.

Les changements sont négligeables au voisinage du vide qui brisait la supersymétrie. Il le fait toujours.

On étudie ensuite le système loin de l'origine. L'index de Witten nous dit déjà que le système possède $N_f - N$ vides supersymétriques. Pour en savoir plus,

3. ce qui justifie a posteriori nos notations

on étudie ce qui se passe si $\langle X \rangle$ prend une vev. Alors les quarks prennent une masse $h \langle X \rangle$. Si on les intègre-out et qu'on regarde la physique infrarouge, on trouve le superpotentiel suivant :

$$W_{low} = N(h^{N_f} \Lambda_m^{(N_f-3N)} \det X)^{1/N} - h\mu^2 \text{Tr} X \quad (2.57)$$

En conséquence :

- Loin de l'origine, se développent $N_f - N$ vides supersymétriques pour $\langle hX \rangle = \Lambda_m \left(\frac{\mu}{\Lambda_m}\right)^{2N/(N_f-N)} \mathbf{1}_{N_f} = \left(\frac{\Lambda_m}{\mu}\right)^{(N_f-3N)/(N_f-N)} \mathbf{1}_{N_f}$
- Parce qu'il existe désormais un vide qui restaure la supersymétrie, le vide qui la brise n'est plus stable mais métastable. Heureusement, son temps de vie est grossièrement estimé à $\exp(S)$, avec

$$S = \left(\frac{\Lambda_m}{\mu}\right)^{4(N_f-3N)/(N_f-N)} \gg 1 \quad (2.58)$$

Ce modèle a l'intérêt d'être à la fois un modèle de brisure de supersymétrie dynamique, crée à partir d'un couplage fort, et grâce à la dualité, de pouvoir être étudié perturbativement. De plus, on sait depuis longtemps grâce à l'index de witten que les modèles les plus simples ont des vides supersymétriques. Ici, la métastabilité permet de garantir à la fois la simplicité relative du modèle ainsi que le fait qu'il brise la supersymétrie.

2.3 Médiation de jauge

Pour les raisons vues précédemment, la supersymétrie ne peut pas être brisée directement dans le MSSM. Afin d'assouplir les contraintes sur la construction des modèles supersymétriques, on construit des modèles dans lesquels la brisure de supersymétrie n'est communiquée au MSSM que par des effets gravitationnels ou par des corrections radiatives.

La supersymétrie est brisée dans un secteur qu'on appelle caché, ou "secluded" soit "retiré"⁴. Comme vu précédemment, on peut construire des modèles explicites pour ce secteur, par exemple avec des brisures dynamiques de supersymétrie.

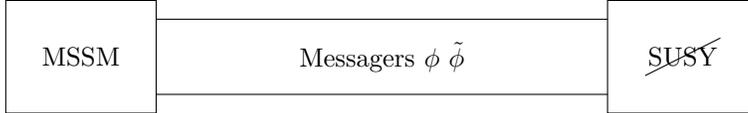
Cela dit, il n'est pas nécessaire de savoir comment la supersymétrie est brisée pour étudier ses mécanismes de transmission. On considère alors que le secteur caché comme une boîte noire capable de donner un spurion X , avec $\langle X \rangle = X_0 + \theta^2 F_X$.

2.3.1 Description succincte et résultats classiques

En médiation de jauge, on couple le secteur caché à un ensemble de champs chargés sous le modèle standard, dit messagers. Ceux-ci sont dans des représentations

4. nous utiliserons abusivement le terme caché dans cette thèse

réelles, vectorielles. Si on travaille dans le cadre de théories de grande unification, on les prend dans des représentations complètes du grand groupe de symétrie afin de ne pas perturber l'unification des couplages. Dans ce contexte, il faut aussi faire attention à ne pas mettre trop de messagers pour éviter l'apparition des pôles de Landau.



Avantages :

- En médiation de jauge, tout repose sur des calculs de boucles qui sont calculables exactement dans le cas où le secteur des messagers est perturbatif. Tout se déroule dans le cadre connu de la théorie des champs.
- Comme les masses sont générées dans la base d'états propres des interactions, elles ne peuvent pas engendrer de changements de saveur supplémentaire, et ne posent donc pas de problème de saveur.

Inconvénients :

- En médiation de jauge, il est difficile de générer μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur. Plus précisément, si μ et $B\mu$ sont engendrés par des boucles de messagers, $B\mu \sim 16\pi^2\mu^2$. Il faut donc trouver des façons de contourner et résoudre le problème [28].
- Le gravitino est souvent la LSP. Comme il est difficile de tester ses propriétés dans les collisionneurs, on ne peut pas faire de prédiction sur la densité de matière noire que l'on peut confronter aux mesures ensuite. Il faut également s'assurer qu'il ne perturbe pas la synthèse des éléments légers.

2.3.2 Formalisme classique de la médiation de jauge

Dans le cas de la médiation de jauge [67], les masses des particules sont engendrées par corrections radiatives. Pour cela, on introduit des particules, dites messagers, couplées au secteur caché et chargées sous les symétries du modèle standard. Plus précisément, on prend N_m champs $\phi \tilde{\phi}$ qui appartiennent à la représentation $r + \bar{r}$ du groupe de jauge. Si l'on veut conserver l'unification des constantes de couplage, il faut choisir les messagers dans des représentations complètes du groupe de grande unification choisi. Si l'on veut conserver la perturbativité, on ne peut pas mettre trop de champs de masse M sous peine de générer des pôles de Landau, ce qui donne comme condition $N_m < \frac{150}{\ln M_{GUT}/M}$. Classiquement, on couple les messagers avec les spurions X_l par le biais du couplage $W = \tilde{\phi}_i(\lambda_{i,j}^l X_l + M_{i,j}^0)\phi_j$, $\langle X_l \rangle = X_{0,l} + \theta^2 F_l$.

Les messagers sont donc composés de fermions de masse $M_{i,j} = (\lambda_{i,j}^k X_{0,k} + M_{i,j}^0)$ et de scalaires dont la masse est donnée par

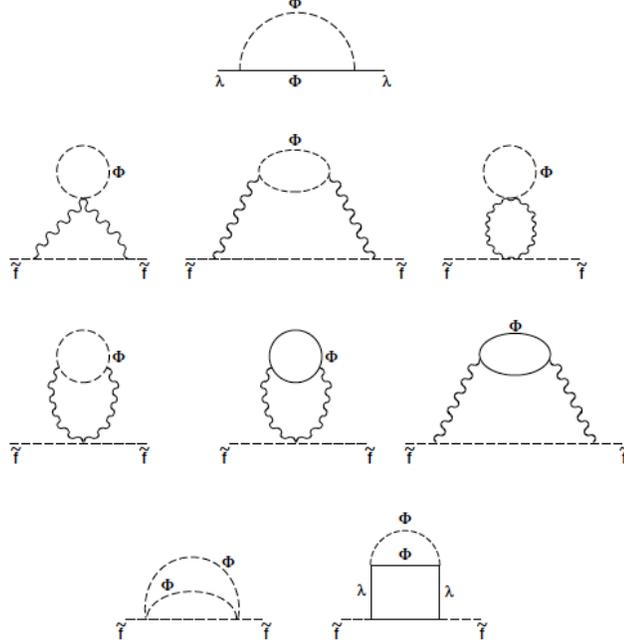


FIGURE 2.3 – Génération des masses des jauginos et des scalaires à une et deux boucles respectivement. Figure prise dans [27], les pointillés sont des scalaires, les lignes pleines des fermions et les lignes ondulées sont les vecteurs.

$$(\phi^\dagger, \tilde{\phi}) \begin{pmatrix} (M)^\dagger(M) & -(\lambda F)^\dagger \\ -(\lambda F) & (M)^\dagger(M) \end{pmatrix} (\phi, \tilde{\phi}^\dagger) \quad (2.59)$$

Comme dans beaucoup de modèles, X_0 est petit devant M_0 (parfois nul pour des raisons de symétries), la condition de stabilité pour les masses des scalaires s'écrit $F < M^2$. Souvent, on aura $F \ll M^2$, ce qui permet de travailler de manière perturbative en F/M .

Si on trace les diagrammes de Feynman pour les termes softs, on obtient la figure (2.3.2).

La masse des jauginos est engendrée à une boucle :

$$M_{\lambda_r} = N_m k_r \frac{\alpha_r(t)}{4\pi} \sum_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}^l F_l}{M_{i,j}} \quad (2.60)$$

$$(2.61)$$

$k_1 = 5/3, k_2 = k_3 = 1$ pour que $k_r \alpha_r$ soient égaux à GUT. l représente le nombre de champs qui brisent la supersymétrie, N_m est le nombre de messagers.

La masse carrée des sfermions est elle générée à deux boucles :

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_{i,j,k} 2T_a(R_i) N_m \left| \frac{\lambda_{j,k}^l F_l}{M_{j,k}} \right|^2, \quad (2.62)$$

avec les notations habituelles : a représente le groupe de jauge, i l'indice de la composante ϕ_i du messenger Φ , ce dernier appartenant à la représentation R_i du groupe choisi. $T_a(R_i)$ est l'index de Dynkin de la représentation R_i , et les C_χ^a sont les coefficients de Casimir quadratiques pour le superchamp chiral χ , tous par rapport à G_a .

2.3.3 Propriétés classiques

Dans la plupart des cas, on prend pour simplifier les masses des messagers égales à haute énergie. Une fois les paramètres fixés à l'échelle de Λ_{GUT} (F-termes) et les caractéristiques des messagers choisis (masses, nombre et représentations), on peut calculer les corrections à une boucle et prédire des spectres à basse énergie.

Quand les masses des messagers sont égales à haute énergie, on sait que celles des jauginos vérifieront à toute énergie et à une boucle

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3} \quad (2.63)$$

C'est donc un test facile à effectuer à basse énergie. Notons qu'il ne permet de faire la différence avec minimal SUGRA, mais il permet tout de fois de tester l'universalité dans l'ultraviolet.

En général, la masse à laquelle on trouve les messagers $M_m \ll M_P$ donc le gravitino est la LSP : $m_{3/2} \sim \frac{F}{M_P} \ll \Lambda_{GM}$

Un spectre classique de médiation de jauge avec neutralino NLSP est mis en figure 2.4, tiré de [47].

2.3.4 Autres mécanismes de transmission de la brisure de la supersymétrie, comparaison

Une façon très naturelle de transmettre la brisure de supersymétrie est de le faire par la gravitation [39]. On sait déjà qu'on peut obtenir les termes softs comme limite à basse énergie d'un lagrangien de supergravité.

Dans ce cas, la LSP est le neutralino⁵

Avantages :

- La gravitation étant présente dans tous les cas (!), c'est un mécanisme naturel.
- Lorsque la médiation est gravitationnelle, le mécanisme de Giudice-Masiero (voir [40]) permet de générer naturellement les termes μ et $B\mu$ via les interactions gravitationnelles. On prend la limite à basse énergie ($M_p \rightarrow \infty$, F/M_p constant) et il reste les termes désirés.

5. le cas où $\tilde{\tau}_1$ est la LSP n'est pas viable et doit donc être évité

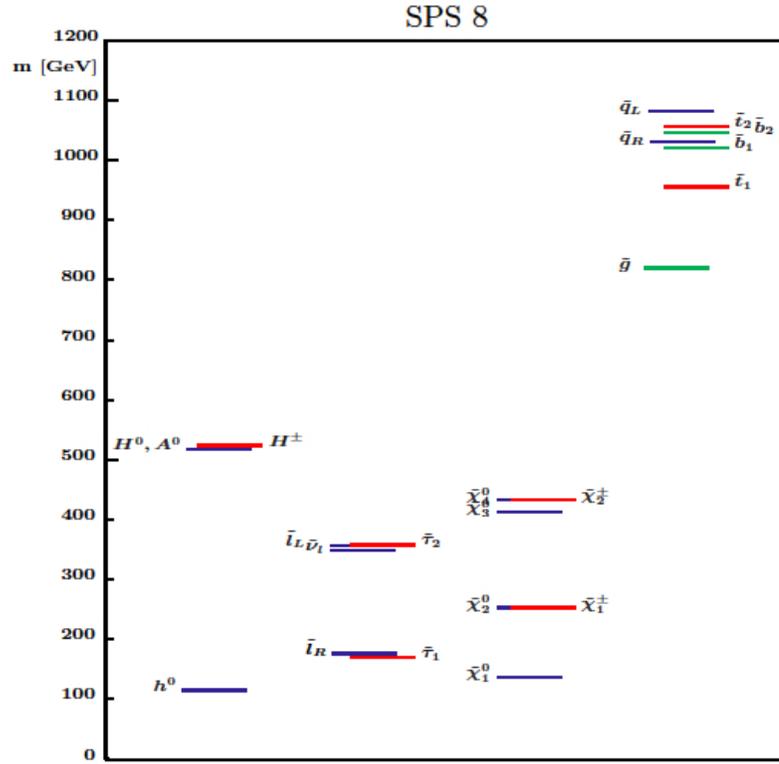


FIGURE 2.4 – Spectre classique sps8 [47]. Il est obtenu avec médiation de jauge et les paramètres suivants : $\Lambda = F/M = 100$ TeV, $M_{mess} = 200$ TeV, $N_m = 1$, $\tan\beta = 15$, $\mu > 0$.

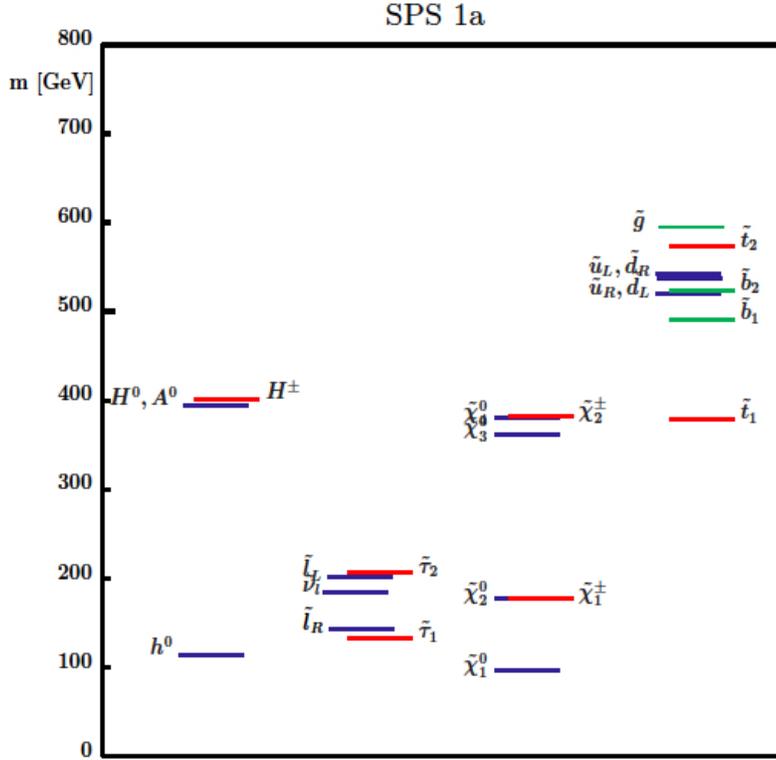


FIGURE 2.5 – Spectre classique sps1a. Il est obtenu avec minimal sugra et les paramètres suivants : $m_0 = 100\text{GeV}$, $m_{1/2} = 250\text{ GeV}$, $A_0 = -100\text{ GeV}$, $\tan\beta = 10$, $\mu > 0$.

Inconvénients :

- Les modèles les plus simples génèrent des changements de saveur difficiles à éviter.
- Les modèles de médiation gravitationnelle sont plus difficiles à tester car moins prédictifs (un des intérêts d'un modèle physique est de pouvoir le tester...). C'est pourquoi on se concentre sur mSUGRA.

Note : la médiation gravitationnelle existe dans tous les cas. Mais comme son ordre de grandeur est $\frac{F}{M_P}$, elle est souvent négligeable face à des mécanismes ayant lieu à un échelle plus basse $M \ll M_P$. La médiation de jauge est naturellement dominante pour des échelles inférieures à 10^{14}GeV .

Un spectre classique de médiation gravitationnelle est le spectre suivant mis en figure (2.5), tiré de [47].

On peut aussi travailler dans un cadre dit de médiation de jauge directe

[137] : dans ce cas là, les messagers appartiennent au secteur caché et sont chargés sous les symétries de jauge du modèle standard.

Chapitre 3

Stabilité des modèles d’O’Raifeartaigh avec messagers

Lors de la construction de modèles, on a tendance à construire le secteur caché avec un modèle qui brise la supersymétrie, puis à rajouter des messagers qui se coupleront directement au spurion et transmettront la brisure de supersymétrie.

Ce chapitre cherche à répondre à la question suivante : Comment l’ajout de messagers modifie-t’il la dynamique du secteur caché ?

Pour cela, nous nous limiterons au cas classique dans lequel la supersymétrie est brisée par un secteur caché de type O’Raifeartaigh. Ces modèles ont en effet un certain nombre de caractéristiques générales qui nous permettent de mieux comprendre les dynamiques mises en oeuvre.

3.1 O’Raifeartaigh : Méta- et Instabilité

Les modèles de type O’Raifeartaigh possèdent des caractéristiques générales qui ont des impacts forts en terme de construction de modèles : le phénoménologue doit naviguer entre des masses de jauginos difficiles à générer et des instabilités qui risquent d’amener le système vers des vides qui brisent les symétries du modèle standard.

3.1.1 Stabilité et génération des masses des jauginos, un autre compromis à trouver

Dans [34], Komargodski et Shih expliquent que dans un modèle de type O’Raifeartaigh, si un vide non supersymétrique est stable à l’ordre des arbres (directions plates incluses), la masse des jauginos est forcément supprimée par

rapport au reste du spectre, conduisant à des modèles non viables ou à des spectres lourds difficiles à détecter au LHC.

On doit donc choisir entre avoir un vide non supersymétrique stable ou un spectre sans trop de hiérarchie. Dans le cas de la médiation de jauge, on va voir qu'on est toujours avec un vide non supersymétrique qui est au mieux métastable.

En effet, dans [46], S. Ray montre que dans un modèle de O'Raifeartaigh général, il y a toujours une direction plate dans les directions $\partial_a W$, dès que $F_a \neq 0$. Il y a donc toujours une direction plate dans la direction du goldstino. Ensuite, si on se place au point de coordonnées $\lambda X + M = 0$, la matrice de masse des messagers vaut

$$\begin{pmatrix} 0 & \lambda^* F^\dagger \\ \lambda F & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La masse supersymétrique des messagers s'annule en ce point, ce qui correspond à une instabilité.

On peut donc suivre un chemin qui part du premier vide, suit la direction plate jusqu'à $\lambda X + M = 0$ puis suit l'instabilité jusqu'au second vide dans lequel les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont brisées (voir Figure 3.1.2).

Un modèle d'O'Raifeartaigh couplé à des messagers est instable à l'ordre des arbres, et c'est pour ça que la masse des jauginos n'est pas supprimée par rapport au reste du spectre dans ce modèle.

3.1.2 Stabilisation par les corrections quantiques : une condition

Si à l'ordre des arbres, un modèle de type O'Raifeartaigh couplé à une médiation de jauge est instable, les corrections quantiques se chargent de stabiliser le système en levant les directions plates.

Cela dit, il faut bien lever toutes les directions plates pour s'assurer que le système ne reste pas instable. Nous allons voir que cette condition n'est pas toujours réalisée, et nous allons introduire une condition nécessaire (mais non suffisante) à vérifier afin de s'assurer de la viabilité de nos modèles.

Considérons un modèle générique de type

$$W = X_i f_i(\varphi_a) + g(\varphi_a) + \phi(\lambda.X + M)\tilde{\phi}, \quad (3.2)$$

avec $i = 1..N, a = 1..P$

L'énergie du système vaut

$$V = \sum_i |f_i(\varphi_a) + \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 + \sum_a |X_i \partial_a f_i(\varphi_b) + \partial_a g(\varphi_b)|^2 + |\lambda.X + M|^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \quad (3.3)$$

Il y a au moins deux minima, le premier dans lequel la supersymétrie est brisée et les symétries du modèle standard sont conservées, qu'on appellera à partir de maintenant vide "Modèle Standard" :

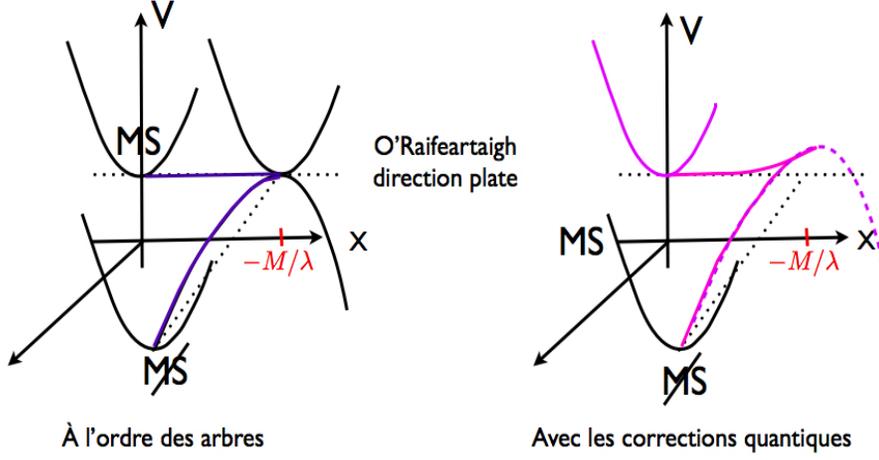


FIGURE 3.1 – Potentiel scalaire en fonction de X et des messagers

$$\phi = \tilde{\phi} = 0 \quad (3.4)$$

$$V_1 = f^2 = \sum_i \bar{f}_i f_i \quad (3.5)$$

Un autre, d'énergie plus basse, dans lequel les messagers ont des vevs donc les symétries du modèle standard sont brisées. On l'appellera “vide messagers”.

$$V_2 = f^2 - \frac{|\bar{\lambda}f|^2}{|\lambda|^2} \quad (3.6)$$

avec $|\lambda|^2 = \sum_i \lambda_i \lambda_i$ et $\bar{\lambda}_i f_i = \bar{\lambda} \cdot f$.

A l'ordre des arbres, c'est donc le vide “messagers” qui est le plus bas tandis que celui qui nous intéresse est instable à l'ordre des arbres.

Dans O'Raifeartaigh (sans couplage aux messagers), les corrections quantiques lèvent les directions plates. On regarde ici si elles sont également capable de stabiliser localement le vide “Modèle Standard”.

Comment lever toutes les directions plates

Les directions plates d'O'Raifeartaigh n'interviennent que via les matrices de masses qui serviront à calculer les corrections au potentiel scalaire, ie

$$M_F = \begin{pmatrix} 0 & \partial_a f_i(\phi) \\ \partial_b f_j(\varphi) & X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi) + \partial_a \partial_b g(\varphi) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Ici, les combinaisons sont $\chi_{a,b} = X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi)$. Si $P(P+1)/2 < N$, il y en a $P(P+1)/2$ d'indépendantes, sinon il y en a N . Ce sont elles qui apparaissent dans l'énergie potentielle, et ce sont donc elles dont les valeurs seront fixées lorsque nous chercherons à le minimiser.

Nous avons donc $N-P$ directions plates à l'ordre des arbres dont on doit fixer la valeur, et nous aurons $\min(N, P(P+1)/2)$ contraintes après minimisation du potentiel scalaire. Pour lever toutes les directions plates, il faut plus de contraintes que de directions plates, c'est à dire $N - P \leq P(P+1)/2$.

Si cette condition est remplie, les corrections plates peuvent être levées et le vide peut être stabilisé. Sinon, on n'a même pas besoin de faire le calcul des corrections quantiques, on sait qu'il y aura une instabilité et que le vide "Modèle Standard" sera instable.

La condition nécessaire, mais non suffisante (il faut toujours faire le calcul des corrections quantiques pour s'assurer que le vide "Modèle Standard" est métastable) est donc que

$$N \leq \frac{P(P+3)}{2} \quad (3.8)$$

3.1.3 Comment calculer les corrections quantiques

Cette section donne quelques formules pour pouvoir évaluer les corrections quantiques à l'énergie d'un vide dans le cas d'un modèle assez général de secteur caché de type O'Raifeartaigh.

On prend pour exemple le modèle

$$W = X_i (f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2) + m_a \varphi_a Y_a + \phi (\lambda_i X^i + M) \tilde{\phi} \quad (3.9)$$

avec $i = 1 \dots N_1$ et $a = 1 \dots p$

On verra plus tard que nous aurons besoin de la condition $\text{pour } m_a = m$

$$\lambda_X \ll \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a h_a^{(X)} (\lambda \cdot \bar{h}_a) \right|, \quad (3.10)$$

afin de garantir la stabilité du vide phénoménologiquement viable. Cependant, cette condition n'intervient pas tout de suite, et on peut l'oublier pour l'instant.

Étude à l'ordre des arbres

Le système étudié a pour potentiel scalaire :

$$V = |f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2 + \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 + |m_a \varphi_a|^2 + |X_i h_a^{(i)} \varphi_a + m_a Y_a|^2 + |\lambda_i X^i + M|^2 (|\tilde{\phi}|^2 + |\phi|^2). \quad (3.11)$$

On comprend que si on prend m_a assez grand, le système va devoir choisir un vide avec $\varphi_a = Y_a = 0$ à l'ordre des arbres¹. Pour $N_1 > 1$, la supersymétrie est

1. Nous faisons ce choix pour simplifier les calculs et non pas pour des raisons théoriques particulières

bien brisée car on ne pourra pas mettre $f_i - \lambda_i \phi \tilde{\phi}$ à zéro pour tous les $i = 1..N_1$.
A l'ordre des arbres, les directions plates sont

- N_1 , les champs X_i dans le vide "Modèle Standard"
 - $N_1 - 1$ X_i qui restent après avoir imposé $(\lambda_i X^i + M) = 0$, et la condition imposée par le D-terme $\phi = \tilde{\phi}$
- Maintenant, il reste à calculer les corrections quantiques.

Calcul des corrections quantiques : méthode

Pour cela, la procédure est de commencer par calculer les matrices de masses fermioniques.

Ici, la masse des fermions se décompose en

$$M_F = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}_2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

avec une contribution liée au secteur de O'Raifeartaigh

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

et une contribution liée aux messagers

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \lambda X + M & \lambda_j \tilde{\phi} \\ \lambda X + M & 0 & \lambda_j \phi \\ \lambda_i \tilde{\phi} & \lambda_i \phi & 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

On doit donc calculer les corrections à l'énergie du vide dans les deux vides pour pouvoir ensuite étudier la stabilité du vide phénoménologiquement viable.

\mathcal{M}_1 est commune aux deux vides, \mathcal{M}_2 ne l'est pas.

Puis on peut calculer les corrections au potentiel de Kähler :

$$K^{(1)} = - \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \left(M_F M_F^\dagger \log \frac{M_F M_F^\dagger}{\Lambda^2} \right) \quad (3.15)$$

On a ainsi le potentiel scalaire

$$V = (K^{-1})_{i\bar{j}} F_i \bar{F}_j = V_0 + V^{(1)}, \text{ avec} \\ V^{(1)} = \frac{1}{32\pi^2} \sum_\alpha \left[\log \frac{\mu_\alpha^2}{\Lambda^2} + \frac{1}{\mu_\alpha^2} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial X_i} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial \bar{X}_j} \right] F_i \bar{F}_j, \quad (3.16)$$

où $K_{i\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial X_i \partial \bar{X}_j}$. Les μ_α^2 sont les valeurs propres de la matrice de masses carrées $M_F M_F^\dagger$.

Il ne reste enfin "plus qu'à" étudier ses minima et leur stabilité.

Application au secteur d'O'Raifeartaigh

On applique la méthode décrite dans la section précédente en partant de

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Ce qui donne pour le potentiel de Kähler

$$\begin{aligned} \text{Tr } \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger \log \frac{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger}{\Lambda^2} &= \sum_a \left\{ (|h_a^{(i)} X_i|^2 + 2m_a^2) \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} \right. \\ &\left. + 2 |h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} \log \frac{|h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\} \quad (3.18) \end{aligned}$$

Dans la mesure où $F \ll M^2$, on peut travailler dans l'approximation de Kähler et on trouve

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}, \quad (3.19)$$

où on a posé

$$\begin{aligned} Z_a &= -\frac{1}{32\pi^2} \left\{ \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 - \frac{2m_a^2}{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} + \right. \\ &\left. \frac{2}{|h_a^{(i)} X_i|} \frac{|h_a^{(i)} X_i|^4 + 6m^2 |h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^4}{(|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m^2)^{3/2}} \log \frac{|h_a^{(i)} X_i| + \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\} \quad (3.20) \end{aligned}$$

À une boucle et au premier ordre, la correction à la métrique vaut donc

$$K_{i\bar{j}}^{-1} = \delta_{ij} - Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}, \quad (3.21)$$

Ceci nous donne une contribution à l'énergie qui vaut

$$V^{(1)} = -Z_a(\chi_a) |\bar{h}_a f|^2. \quad (3.22)$$

On remarque que si on définit $\chi_a = h_a^{(i)} X_i$, les fonctions Z_a décroissent de manière monotone par rapport à $|\chi_a|$, et sont bornées par

$$\begin{aligned} Z_a(\chi_a \ll m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2|\chi_a|^2}{3m_a^2} \right), \\ Z_a(\chi_a \gg m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \log \frac{|\chi_a|^2}{\Lambda^2}. \quad (3.23) \end{aligned}$$

Comme Z_a est décroissante, cela veut dire que ces corrections ont tendance à stabiliser χ_a , c'est-à-dire les directions plates X_i vers 0.

Au voisinage de 0, on peut donc évaluer la correction au potentiel scalaire :

$$V^{(1)} \simeq \text{const} + \frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2}{3m_a^2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} X_i \bar{X}_j \right) |\bar{h}_a f|^2. \quad (3.24)$$

On voit bien que si

$$M_{ij}^2 = \sum_a \frac{|\bar{h}_a f|^2}{m_a^2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} \quad (3.25)$$

a des valeurs propres toutes strictement positives, c'est-à-dire si $\text{rang}[M_{ij}^2] = N_1$, les pseudo-modules sont stabilisés en zéro. C'est une application du raisonnement général décrit auparavant. Si $\text{rang}[M_{ij}^2] < N_1$, il reste des directions plates après prise en compte des corrections quantiques. Le vide n'est pas totalement stabilisé et si on ajoute des messagers, le système sera instable.

Note : Si $p \geq N_1$ et que les couplages sont génériques, cette condition est a priori remplie. Les champs χ_a ne sont pas indépendants mais cela ne nuit pas à notre raisonnement.

On trouve bien le fait que les corrections quantiques permettent, lorsqu'elles lèvent toutes les directions plates, de stabiliser l'origine. Ceci n'est pas surprenant car on sait que dans un modèle d' O'Raifeartaigh sans messagers, le vide est stabilisé à l'origine, qui respecte la R-symétrie.

3.2 O'Raifeartaigh : vers la stabilité ?

On a vu que de manière générale, un modèle d'O'Raifeartaigh avec messagers mène à deux vides dont la différence d'énergie vaut

$$\Delta V = V_{\phi\bar{\phi}} - V_{MS} = -\frac{|\bar{\lambda} \cdot f|^2}{|\lambda|^2}. \quad (3.26)$$

Malheureusement, c'est le vide "messagers", dans lequel les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont brisées, qui a l'énergie la plus basse.

L'idée est de voir si dans certains cas, cette différence peut être contrebalancée par les corrections quantiques à une boucle.

3.2.1 Condition à l'ordre des arbres

Pour que les corrections à une boucle puisse compenser ΔV calculé à l'ordre des arbres, il faut que celui-ci soit "petit", soit

$$|\bar{\lambda} f|^2 \ll |\lambda|^2 f^2 \quad (3.27)$$

où nous avons noté $f^2 = \sum_i \bar{f}_i f_i$ et $\bar{\lambda} \cdot f = \sum_i \bar{\lambda}_i f_i$.

On peut comprendre la condition (3.27) comme étant liée un faible couplage entre les messagers et le goldstino. En effet, on pose pour le goldstino à basse énergie

$$X = \frac{1}{f} f_i X_i \quad , \quad F_X = f = \sqrt{\sum_i |f_i|^2} \quad , \quad (3.28)$$

Avec (X, χ_i) , $i = 1 \cdots N - 1$ les champs orthogonaux vérifiant $F_{\chi_i} = 0$ qui complètent la base, on peut tout réécrire sachant que²

$$X_i = \frac{\bar{f}_i}{f} X + c_{ij} \chi_j \quad , \quad (3.29)$$

La condition (3.27) se comprend donc comme une contrainte sur le couplage λ_X entre le goldstino et les messagers

$$\lambda_X = \frac{\lambda \cdot \bar{f}}{f} \ll \lambda = \sqrt{\sum_i |\lambda_i|^2} \quad . \quad (3.30)$$

Pour savoir si l'on peut vraiment stabiliser le vide "Modèle standard" grâce aux corrections quantiques, il faut cependant aller jusqu'au calcul des corrections à une boucle. Nous avons déjà calculé la correction liée au secteur d'O'Raifeartaigh, et nous allons maintenant calculer la contribution liée aux messagers.

3.2.2 Énergies des vides calculées à une boucle

Contribution du secteur messagers

Il y a une seconde contribution qui provient des messagers, avec leurs masses

$$\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger = \begin{pmatrix} |\lambda_i X^i + M|^2 + \lambda^2 |\tilde{\phi}|^2 & \lambda^2 \tilde{\phi} \phi^* & \lambda_i^* \phi^* (\lambda X + M) \\ \lambda^2 \phi \tilde{\phi}^* & |\lambda_i X^i + M|^2 + \lambda^2 |\phi|^2 & \lambda_i^* \tilde{\phi}^* (\lambda X + M) \\ \lambda_j \phi (\lambda X + M) & \lambda_j \tilde{\phi} (\lambda X + M) & \lambda_i \lambda_j (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Quand on calcule leurs valeurs propres, on trouve $N_1 - 1$ valeurs propres nulles correspondant aux directions plates, avec une valeur propre nulle en plus dans le cas du vide "Modèle Standard".

Les valeurs propres non nulles vérifient l'équation

$$\mu^2 \left(\mu^2 - \lambda^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) - |\lambda X + M|^2 \right)^2 = 4\lambda^4 |\phi|^2 |\tilde{\phi}|^2 |\lambda X + M|^2 \quad . \quad (3.32)$$

Énergie du Vide Modèle Standard

Dans le vide "Modèle Standard", l'étude est simple puisque $\phi = \tilde{\phi} = 0$. Les deux valeurs propres sont donc égales à $|\lambda X + M|^2$ et

$$\text{Tr } \mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger \log \frac{\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger}{\Lambda^2} = 2|\lambda X + M|^2 \log \frac{|\lambda X + M|^2}{\Lambda^2} \quad . \quad (3.33)$$

² On peut calculer les c_{ij} si besoin est mais cela n'est pas utile pour notre argumentation.

On rajoute cette contribution à ce qui a déjà été calculé auparavant

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j , \quad (3.34)$$

Z_a étant inchangé et Z' valant

$$Z' = -\frac{1}{16\pi^2} \left(\ln \frac{|\lambda X + M|^2}{\Lambda^2} + 2 \right) . \quad (3.35)$$

Comme précédemment, on définit $\chi_a = h_a^{(i)} X_i$ et $\chi' = \lambda X + M$. Comme le couplage entre le goldstino et les messagers est faible, on regarde au voisinage de l'origine

$$V^{(1)} = -Z_a |\bar{h}_a \cdot f + (\bar{h}_a \cdot \lambda) \phi \tilde{\phi}|^2 - Z' |\bar{\lambda} \cdot f|^2 . \quad (3.36)$$

Dans le cas $p \geq N_1$, on trouve un extremum pour

$$M_{ij}^2 X_j = -\frac{3\bar{\lambda}_i}{M} |\bar{\lambda} \cdot f|^2 , \quad (3.37)$$

avec la même matrice M_{ij}^2 que dans (3.25).

La condition des petites vev $X_i \ll m_a, M$ est satisfaite pour des messagers lourds, $m_a \ll M$. On peut alors obtenir une très bonne approximation de l'énergie du vide du modèle standard en posant $X_i = 0$ dans le potentiel effectif. On obtient finalement

$$V_1 = f^2 + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |h_a \cdot \bar{f}|^2 \left(\log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\log \frac{M^2}{\Lambda^2} + 2 \right) \right] . \quad (3.38)$$

On peut réécrire cette équation en remarquant que la dépendance en $\log(\Lambda)$ correspond à la renormalisation de l'énergie du vide calculée à l'ordre des arbres.

On a donc au final :

$$V_1 = f^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |h_a \cdot \bar{f}|^2 \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) \right] , \quad (3.39)$$

en évaluant les couplages à l'échelle μ .

Énergie du vide dans celui qui brise le modèle standard

Dans ce vide, les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont donc brisées.

$$\lambda_i X_i + M = 0 \quad (3.40)$$

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{\lambda^2} \sum_i \bar{\lambda}_i f_i \quad (3.41)$$

En fait, ces relations sont corrigées à une boucle :

$$\lambda_i X_i + M = 0 \quad (3.42)$$

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{\lambda^2} \sum_i \bar{\lambda}_i f_i (1 + \epsilon_\phi) , \quad (3.43)$$

(3.42) est inchangé car dans ce modèle, il n'y a pas de dimension anormale permettant de mélanger les champs du secteur caché, $\gamma_{X_i}^\phi = \gamma_{X_i}^{\tilde{\phi}} = 0$. La relation $F_\phi \sim (\lambda X + M)\tilde{\phi} = 0$ est donc inchangée à une boucle.

Dans 3.43, on verra que la correction à une boucle ϵ_ϕ n'intervient qu'en facteur de termes correctifs, et ne contribue donc pas aux corrections à une boucle à l'énergie du vide

Calculer l'énergie dans ce cas là est un peu plus difficile que dans le premier vide, car nous avons besoin de garder les termes en ϕ , $\tilde{\phi}$ et X pour calculer les dérivées de μ par rapport aux X_i qui existent dans le potentiel scalaire.

Dans l'approximation $|\lambda X + M|^2 \ll \lambda^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)$, on évalue la métrique de Kähler

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j , \quad (3.44)$$

où nous avons noté

$$\begin{aligned} Z' = & -\frac{1}{16\pi^2} - \frac{1}{16\pi^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)} \left\{ 2|\phi\tilde{\phi}|^2 \left(\log \frac{4|\phi\tilde{\phi}|^2 |\lambda X + M|^2}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)\Lambda^2} + 2 \right) \right. \\ & \left. + (|\phi|^4 + |\tilde{\phi}|^4) \log \frac{\lambda^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)}{\Lambda^2} \right\} . \end{aligned} \quad (3.45)$$

Dans le "vide-messenger", $\lambda_i F_i = 0$ à l'ordre des arbres. Le terme proportionnel à Z' sera donc d'ordre au moins deux dans l'énergie potentielle et peut être négligé.

Le potentiel à une boucle se simplifie donc pour donner

$$V^{(1)} = -\sum_a Z_a |h_a^{(i)} f_i + h_a^{(i)} \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 . \quad (3.46)$$

On retrouve ici le fait que la correction à une boucle vue en (3.43) ne contribue pas à la correction à l'ordre 1 de l'énergie du vide. En effet, sa contribution à une boucle s'annule :

$$\epsilon_\phi \bar{\lambda}_i (f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} f) = 0 . \quad (3.47)$$

On rappelle que les Z_a trouvent leur minima pour $\chi_a = h_a^{(i)} X_i = 0$, tandis que Z_a , Z' décroissent de manière monotone vis-à-vis de χ_a and χ' , respectivement. On commencera par travailler comme si χ_a et χ' étaient des variables indépendantes. Ceci n'est pas vrai dans le cas qui nous intéresse $p > N_1$, mais

cette hypothèse simplifiera nos calculs et sera suffisante pour notre étude. En effet, la vraie minimisation impose à certains $X_i \neq 0$ d'être non nul, et donc d'avoir quelques $\chi_a \neq 0$, ce qui fait que l'énergie est en fait plus grande que dans notre estimation. Comme nous allons sous-estimer la valeur de l'énergie du vide "messagers", notre conclusion n'en sera que renforcée si on trouve $V_1 < V_2$.

On trouve ainsi comme limite sur V_2

$$V_2 > |f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} \cdot f|^2 + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a (\log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2) |\bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{\lambda^2}|^2. \quad (3.48)$$

De même que précédemment, la dépendance en $\log(\Lambda)$ correspond à la re-normalisation du vide à l'ordre des arbres. Finalement,

$$V_2 > |f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} \cdot f|^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a (\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2) |\bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{\lambda^2}|^2. \quad (3.49)$$

Le vrai vide vérifiera probablement $\lambda_i X_i + M = 0$, avec un minimum de champs χ_a éloignés de l'origine. Dans ce cas et dans la limite $M \gg m_a$, les valeurs de Z_a à remplacer dans l'énergie du "vide messagers" sont celles des champs à grande valeurs, second cas présenté dans (3.23).

3.2.3 A-t-on stabilisation ?

On veut savoir à quelle condition est-ce que le "vide modèle standard" est stable, c'est-à-dire à quelle condition est-ce que son énergie est plus basse que l'énergie du "vide-messagers". Les évaluations que nous venons de faire nous donnent

$$\begin{aligned} \Delta V = V_1 - V_2 < |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{32\pi^2} \left[2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \frac{1}{\lambda^4} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) |\bar{h}_a \cdot \lambda|^2 \right] \right\} \\ + \frac{1}{32\pi^2 \lambda^2} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + c.c] \quad . \end{aligned} \quad (3.50)$$

et on souhaite bien entendu que

$$\Delta V = V_1 - V_2 < 0 \quad (3.51)$$

L'idée est de compenser le premier terme de (3.50), toujours positif, par le second, dont le signe dépend du modèle.

Il faut donc, en prenant des masses égales $m_a = m$ pour illustration :

$$\begin{aligned} & |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ 1 + \frac{1}{16\pi^2} \left[\lambda^2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \sum_a \frac{|\bar{h}_a \cdot \lambda|^2}{\lambda^2} \right] \right\} \\ < \frac{1}{32\pi^2 \lambda^2} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + c.c] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Si on regarde cette condition à l'échelle $\mu = m_a = m$, cette condition devient simplement

$$\bar{\lambda} \cdot f < \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a (\lambda \cdot \bar{h}_a)(h_a \cdot \bar{f}) \right|. \quad (3.53)$$

Il semblerait donc que l'on puisse renverser la situation à l'ordre des arbres et faire du vide "Modèle standard" un vide stable. Remarquons que cela permet d'échapper aux contraintes de l'article de Komargodski et Shih, et d'avoir à la fois un vide non supersymétrique stable viable phénoménologiquement et des masses de jauginos du même ordre de grandeur que le reste des sparticules.

Les conditions imposées par notre modèle sont donc :

$$\bar{\lambda} \cdot f \ll \lambda f, \quad m_a \ll M, \quad \bar{h}_a \cdot f < m_a^2, \quad \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{M} \sim 100 \text{ TeV}. \quad (3.54)$$

La dernière condition correspond à la génération de termes soft de l'ordre du TeV.

Ceci est réalisé pour des paramètres de masses valant au moins

$$M \sim 10^6 \text{ TeV}, \quad m_a \sim 10^5 \text{ TeV}, \quad f \sim (10^5 \text{ TeV})^2, \quad \bar{\lambda} \cdot f \sim (10^4 \text{ TeV})^2. \quad (3.55)$$

3.2.4 Conclusions et ouvertures

La brisure de supersymétrie amène un certain nombre de contraintes fortes, auquel nous échappons dans ce modèle. Nous arrivons donc ici à avoir un modèle stable dans lequel la masse des jauginos n'est pas supprimée par rapport au reste du spectre. Il est intéressant de voir que nous ne sommes pas en contradiction avec l'argumentation de [34]. En effet, notre modèle est instable à l'ordre des arbres, ce qui explique l'absence de hiérarchie dans le spectre final. Ce n'est qu'une fois les corrections quantiques calculées que l'on peut s'assurer de la stabilité du vide phénoménologiquement viable. Le prix à payer pour cela est la petitesse du couplage entre le spurion et les messagers.

Chapitre 4

Médiation de jauge et Théories de Grande Unification

4.1 Problématique

Nous voulons étudier la phénoménologie des modèles dans lesquels il y a à la fois des théories de grande unification et de la médiation de jauge. Notons que cette problématique est assez répandue. Le fait que la supersymétrie fasse converger les constantes de couplages du modèle standard plaide en sa faveur et en celle des théories de grande unification. On va voir qu'il est très naturel de coupler les messagers $\phi, \tilde{\phi}$ aux champs du secteur de grande unification, et que cela a des conséquences non négligeables sur les spectres générés.

En particulier, nous verrons que contrairement au cas de médiation de jauge minimal [36], dans lequel les messagers ont tous la même masse à haute énergie, les champs composant les messagers auront des masses différentes dictées par la théorie des groupes. Cela donne un cas particulier inscrit dans la médiation de jauge générale, avec une motivation théorique pour le choix des paramètres à haute énergie. Cela donne aussi naturellement des spectres atypiques à basse énergie. Les plus remarquables sont ceux possédant un neutralino léger LSP ou un gluino léger NLSP.

4.1.1 Justification du couplage

Nous voulons ici évaluer à quel point il est naturel pour des messagers de coupler au secteur de grande unification, quand le modèle possède les deux ingrédients : médiation de jauge et groupe de grande unification.

Contraintes sur les messagers

Dans la plupart des modèles décrivant des secteurs cachés, la supersymétrie est brisée par un spurion X . Les messagers ϕ et $\tilde{\phi}$ couplent directement au spurion chirale X via $X\phi\tilde{\phi}$.

Dans le cas des modèles de type O’Raifeartaigh, on sait qu’on peut écrire le superpotentiel sous la forme [34]

$$W = fX + 2(\lambda_{ab}X + m_{ab})\Phi_a\Phi_b + \frac{1}{6}\lambda_{abc}\Phi_a\Phi_b\Phi_c, \quad (4.1)$$

où on a choisi les paramètres pour que X soit le spurion et la supersymétrie soit brisée pour $\Phi = 0$. X est donc neutre, et comme l’existence d’une R-symétrie aide à briser la supersymétrie, il a souvent une R-charge 2.

Même si on ignore de quoi est fait le secteur caché, on sait que les messagers prennent généralement une masse via un terme du type $M\phi\tilde{\phi}$, ou bien $X\phi\tilde{\phi}$ avec $\langle X \rangle \neq 0$.

Ce qui nous importe ici, c’est que $\phi\tilde{\phi}$ est neutre sous les symétries du modèle standard.

Un couplage naturel

Par simplicité, on note dans cette partie Σ un champ quelconque du secteur de grande unification. Une notation de type Σ^2 ou Σ^3 correspond donc à des opérateurs obtenus en contractant plusieurs champs du secteur de grande unification, les indices de sommation étant omis.

Dans les modèles les plus simples, on trouve des champs Σ qui peuvent directement coupler avec les messagers. On en verra des exemples par la suite, ainsi que leurs conséquences sur la phénoménologie à basse énergie.

Il faut noter que beaucoup d’opérateurs existent, et qu’il y en a forcément certains qui sont neutres sous les symétries du modèle standard. Ainsi si on travaille avec des messagers et des champs de grande unification, on peut éviter certains couplages en utilisant judicieusement certaines symétries¹, mais on ne peut pas les supprimer tous à la fois. En effet, il faut bien pouvoir décrire la dynamique du système et donc écrire un superpotentiel!

Dans ce cas, le superpotentiel va donc contenir des opérateurs de type $W_{GUT} = \sum_i c_i O_{GUT}^i$, où O_{GUT} est un opérateur fait à partir des champs de grande unification. Ces opérateurs sont neutres, et on peut a priori les coupler aux messagers $\phi O_{GUT}^i \tilde{\phi}$. On aura donc un superpotentiel de couplage qui pourra contenir, en plus de couplages directs, les termes

$$W_c = \phi O_{GUT} \tilde{\phi}, \text{ soit } W_c \sim \phi \frac{\Sigma^2}{M_P} \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^3}{M_P^2} \tilde{\phi}. \quad (4.2)$$

Au final, on s’attend donc à avoir des couplages du type

$$\phi \Sigma \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^2}{M_P} \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^3}{M_P^2} \tilde{\phi}. \quad (4.3)$$

¹. en fait, la construction de modèles réalistes nécessite la suppression de certains couplages par des symétries judicieusement choisies

En particulier, $\phi\Sigma\tilde{\phi}$ qui est invariant de jauge quand Σ est dans l'adjoint du groupe. Par exemple, dans le cas où le groupe de jauge est $SU(5)$ et le Higgs dans la représentation adjointe $\Sigma = 24$ du groupe, on va avoir un superpotentiel $W_{GUT} = \mu/2\sigma^2 + \lambda/3\Sigma^3$ dans le secteur de grande unification, et un couplage à l'ordre des arbres avec des messagers dans des représentations $5, \bar{5}$ ou $10, \bar{10}$.

À partir du moment où on peut écrire un terme de masse pour les messagers $M\phi\tilde{\phi}$, neutre sous les GUT, on doit aussi permettre des couplages du type (4.3).

Par souci de simplicité, nous étudierons les cas où les masses sont données par un couplage renormalisable à un champ de Higgs donnant des masses à tous les messagers.

L'adjoint du groupe de grande unification **Adj** peut se coupler avec tous les messagers vectoriels, comme dans (4.3). Comme celui-ci sert souvent à briser le groupe de grande unification, il prend une vev, ce qui induit des masses pour les messagers. C'est ce phénomène qui va nous intéresser ici, car tous les champs contenus dans les messagers ne vont pas alors avoir la même masse. D'autres champs de GUT prenant une grande vev peuvent coupler avec les messagers, engendrant d'autres termes de masses pour ceux-ci.

4.1.2 Vers des spectres atypiques

Puisque l'on couple des champs de grande unification prenant des vev aux messagers, on engendre des termes de masse pour ceux-ci. Ces termes ne sont plus invariants sous le groupe de grande unification. Les composantes des messagers n'ont plus forcément la même masse. Ceci s'oppose à la plupart des modèles, pour lesquels les masses des jauginos sont égales à haute énergie (universalité). on s'attend donc à avoir des spectres différenciés des spectres typiques.

En effet, pour la plupart des modèles (en particulier minimal supergravity, notée mSUGRA, et médiation de jauge minimale, notée mGM), les masses des jauginos vérifient la relation suivante, valable à toute énergie et à une boucle

$$\frac{M_{\lambda_1}}{\alpha_1} = \frac{M_{\lambda_2}}{\alpha_2} = \frac{M_{\lambda_3}}{\alpha_3}, \quad (4.4)$$

Ici, on note sans surprise $\alpha_a = g_a^2/4\pi$, $a = 1, 2, 3$ les couplages de jauge associés à $U(1)_Y$ (dans la normalisation de $SU(5)$), $SU(2)_L$ et $SU(3)_C$. On a aussi noté M_{λ_1} , M_{λ_2} and M_{λ_3} les masses respectives des bino, winos et des gluinos.

Pour mSUGRA, non seulement les constantes de couplages convergent à haute énergie, mais les jauginos ont aussi tous la même masse à Λ_{GUT} :

$$M_{\lambda_1} = M_{\lambda_2} = M_{\lambda_3} \quad (4.5)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \quad (4.6)$$

Dans le cas de mGM, on suppose que tous les messagers ont la même masse, ce qui induit (4.4).

L'intérêt de l'hypothèse d'universalité est sa simplicité, qui permet de réduire le nombre de paramètres à piloter afin de prédire des spectres à basse énergie. Bien entendu, on peut toujours trouver des spectres dans lesquels les masses

de jauginos ne vérifient pas cette relation. La plupart du temps, les paramètres sont alors mis à la main et choisis arbitrairement.

Cependant, ici, le spectre est différent du cas minimal et est déterminé par la structure du système à haute énergie. Si nous devons toujours faire certains choix pour les modèles (groupe et représentations...), ceux-ci sont plus prédictifs que si on mettait tous les paramètres à la main sans justification théorique.

4.1.3 De l'importance de la gravitation

Si les messagers prennent une masse via un couplage du type (4.3), celles-ci seront générées à des échelles proches de l'échelle de grande unification. Les effets gravitationnels ne seront donc pas forcément négligeables.

Pour évaluer cet effet, on note qu'un couplage typique à l'ordre des arbres de type $\phi\Sigma\tilde{\phi}$ donnera une masse de l'ordre de $\lambda 10^{16}$ GeV aux messagers pour $\lambda \sim 1$. Si on supprime une partie des opérateurs dont ceux renormalisables, on peut tout de même penser qu'il y aura au moins des opérateurs de type $\phi\Sigma^3/M_P^2\tilde{\phi}$ pour donner des masses de messagers. On estime donc que les masses des messagers seront comprises entre 10^{10} GeV $\leq M \leq 10^{16}$ GeV.

Il y a également une contribution liée au spurion, qui vaut $\lambda_X X\phi\tilde{\phi}$, avec X le champ qui brise la supersymétrie. Comme nous l'avons vu dans le chapitre sur la stabilité, X_0 est souvent protégé par une symétrie ou une pseudo-symétrie. Cette contribution est donc souvent négligeable devant les termes que nous considérons. Nous ferons systématiquement cette hypothèse par la suite.

On peut donc mesurer la part d'effets gravitationnels par rapport aux contributions de jauge dans la génération des termes softs en regardant

$$\frac{M_{GM}}{m_{3/2}} \sim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X \frac{M_P}{M} . \quad (4.7)$$

(4.7) nous dit que les effets gravitationnels sont minoritaires pour

$$M \lesssim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X M_P \sim \lambda_X M_{GUT} . \quad (4.8)$$

Si on prend des masses de messagers $M \sim 10^{16} GeV$, les contributions aux termes softs liées aux médiations gravitationnelles et de jauge seront du même ordre de grandeur. Dans ce cas, l'importance de la contribution gravitationnelle nous fait perdre le côté prédictif de notre modèle.

En choisissant M à quelques ordres de grandeur en dessous de $\lambda_X M_{GUT}$, on garde un spectre donné principalement par la médiation de jauge, avec des effets gravitationnels non négligeables. Ceci sera utilisé par la suite.

Soulignons le fait que si on veut obtenir $m_{3/2} \leq 100$ GeV on doit, via (4.7), avoir $M \leq \lambda_X 10^{15}$ GeV, c'est-à-dire à prendre des messagers dont la masse est légèrement plus petite que l'échelle de grande unification. Nous travaillons avec $M < 10^{14} GeV$, auquel cas les contributions de jauge l'emportent sur les effets gravitationnels avec un facteur 10^4 dans les masses des scalaires. Nous avons fait ce choix pour supprimer la plupart des changements de saveur. On doit donc

travailler avec un couplage $\lambda_\Sigma < 0.1$ relativement supprimé, où λ_Σ intervient dans $\lambda_\Sigma \phi \Sigma \tilde{\phi}$. Ceci peut provenir de symétries de saveurs ou de modèle avec dimension supplémentaire dans lequel on trouve une suppression géométrique.

Nous verrons par la suite que garder une contribution gravitationnelle sous dominante mais non négligeable a plusieurs avantages :

- parce que le spectre est principalement donné par la médiation de jauge, il est prédictif et contient peu de changement de saveurs
- parce que la gravitation n'est pas négligeable, on peut générer un μ et $B \mu$ termes du bon ordre de grandeur
- dans certains cas, le neutralino sera la LSP. Il sera donc possible d'obtenir des contraintes sur le modèle via l'étude de la densité relique.

4.1.4 Méthodologie

Nous nous proposons donc de détailler les conséquences de cette interaction dans le cas de $SU(5)$ et $SO(10)$.

La méthodologie est la suivante :

1. regarder la liste des couplages autorisés par les symétries de jauge
2. regarder les masses des messagers qu'elles engendrent
3. calculer le spectre à hautes énergies
4. calculer le spectre à basse énergie
5. vérifier sa viabilité ainsi que ses prédictions

4.2 Construction d'un modèle explicite

Dans cette section, nous nous intéressons non pas aux spectres, mais aux aspects généraux de stabilité et de génération des termes μ et $B \mu$ du bon ordre de grandeur.

4.2.1 Définition du modèle

$$W = W_{MSSM} + W_{SB}(X, \dots) + W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) + W_{GUT}(\Sigma), \quad (4.9)$$

Ce modèle comporte le superpotentiel de plusieurs secteurs :

- le secteur du MSSM W_{MSSM}
- le secteur dans lequel la supersymétrie est brisée $W_{SB}(X, \dots)$
- le secteur de grande unification $W_{GUT}(\Sigma)$
- le secteur des messagers, couplé au spurion X et au higgs Σ , $W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) = \Phi(\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma) \tilde{\Phi}$.

Pour pouvoir faire des calculs explicites, on choisit un secteur caché qui correspond à une brisure dynamique de la supersymétrie[58], et plus particulièrement le modèle d'ISS [35].

On a donc $\mathcal{N} = 1$ SUSY QCD avec N_f saveur et un groupe de jauge $SU(N_c)$, avec $N_c < N_f < \frac{3}{2} N_c$. Dans l'infrarouge, la théorie est fortement couplée, donnant naissance à une physique décrite par la théorie duale magnétique. Celle-ci contient un groupe de jauge $SU(N_f - N_c)$, N_f saveurs pour des quarks q_a^i et des antiquarks \tilde{q}_i^a , ainsi que des mésons singlets de jauge X_i^j ($i, j = 1 \dots N_f$, $a = 1 \dots N$, avec $N \equiv N_f - N_c$). La théorie magnétique est libre dans l'infrarouge et peut donc être analysée de manière perturbative.

Son superpotentiel vaut

$$W_{ISS} = h q_a^i X_i^j \tilde{q}_j^a - h f^2 \text{Tr} X, \quad (4.10)$$

La supersymétrie est brisée pour $\langle q_a^i \rangle = \langle \tilde{q}_i^a \rangle = f \delta_i^a$, $\langle X \rangle = 0$.

À l'ordre des arbres, il y a des directions plates pour X_i^j $i, j = (N+1) \dots N_f$. Celles-ci sont levées par les corrections quantiques $\langle X \rangle = 0$ [35]. On peut remarquer que le système a une R-symétrie et que cette vev la préserve. Comme vu précédemment, cela veut aussi dire qu'on a du mal à générer les masses des jauginos.

ISS possède un second vide, pour lequel $\langle X \rangle \neq 0$, mais il est suffisamment éloigné du premier pour que ce dernier soit métastable, avec une durée de vie grande devant l'âge de l'univers.

Une fois le secteur d'ISS couplé aux messagers, on trouve, comme prévu par [59], qu'il existe un nouveau vide, d'énergie plus basse, et que le vide ISS est stabilisé à côté de l'origine, avec une durée de vie très grande devant l'âge de l'univers.

Le vide acceptable pour le modèle standard a pour propriétés :

$$\begin{aligned} - V(\phi\tilde{\phi} = 0) &= (N_f - N)h^2 f^4; \\ - \phi &= \tilde{\phi} = 0 \end{aligned}$$

Le vide messagers a lui pour propriétés :

$$\begin{aligned} - \phi\tilde{\phi} &= \frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \\ - V(\phi\tilde{\phi} \neq 0) &= h^2 f^4 \left(N_f - N - \frac{\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right) \\ - \lambda_{X,i}^j < X >_j^i + M &\text{ a une valeur propre nulle.} \end{aligned}$$

4.2.2 Stabilité et temps de vie

On peut estimer le temps de vie du vide "Modèle Standard" par l'approximation triangulaire comme dans [35] qui donne $\tau \sim \exp(\frac{(\Delta\Phi)^4}{\Delta V})$.

On estime

$$\Delta V = V_{\phi\tilde{\phi}} - V_{MS} = -h^2 f^4 \left(\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2 / \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \right) \quad (4.11)$$

et

$$(\Delta\Phi)^2 = \Delta\phi^2 + \Delta X^2 \quad (4.12)$$

On peut facilement évaluer $\Delta\phi^2$.

$$\Delta\phi^2 = \left(\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right) \quad (4.13)$$

La distance ΔX^2 doit être calculée à une boucle, vu qu'il y a des directions plates à l'ordre des arbres. Nous avons choisi une limite conservative en prenant simplement

$$(\Delta\Phi)^2 \geq \left(\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right). \quad (4.14)$$

Cela donne

$$\frac{\Delta V}{(\Delta\phi)^4} \leq \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \equiv \bar{\lambda}^2. \quad (4.15)$$

On peut donc avoir $\frac{(\Delta\phi)^4}{\Delta V} \gg 1$ si on prend des couplages λ assez petits. Le vide métastable peut donc avoir une durée de vie plus longue que celle de l'univers.

4.2.3 Stabilisation à une boucle

On peut calculer les corrections quantiques à une boucle et on trouve :

$$V_{1\text{-loop}}(X_0, Y_0) = 2N h^2 f^2 |Y_0|^2 + \frac{1}{64\pi^2} \left\{ 8h^4 f^2 (\ln 4 - 1) N(N_f - N) |X_0|^2 + \frac{10N_m h^2 f^4 |\text{Tr}'\lambda|^2}{3\lambda_\Sigma v} \left[(\text{Tr}'\lambda) X_0 + (\text{Tr}''\lambda) Y_0 + \text{h.c.} \right] \right\}, \quad (4.16)$$

avec $\tilde{X} = X_0 1_{N_f-N}$, $\tilde{Y} = Y_0 1_N$ ou où on a défini $\text{Tr}'\lambda \equiv \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i$, $\text{Tr}''\lambda \equiv \sum_{i=1}^N \lambda_{X,i}^i$. Dans l'équation (4.16), la première ligne contient le potentiel de X à

l'ordre des arbres et les corrections à une boucle calculées dans [35]. Les termes linéaires de la seconde ligne sont générés par les boucles de messagers.

Les mésons prennent les vev suivantes :

$$\langle X_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^2 N(N_f - N)} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}, \quad (4.17)$$

$$\langle Y_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)^*}{192\pi^2 N} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}. \quad (4.18)$$

4.2.4 Génération d'un potentiel de Higgs correct

Nous allons discuter ici de la génération des termes μ et $B\mu$.

Comme dit précédemment, $m_{3/2} \ll M_{GM}$ donc le mécanisme de Giudice-Masiero ne peut pas donner un terme μ du bon ordre de grandeur. Nous allons voir comment les effets gravitationnels permettent tout de même, dans notre cas, de générer les termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur.

Nous avons fait l'hypothèse répandue de la séparation du secteur observable et du secteur caché. Il n'y a donc pas de terme de couplage direct entre leurs champs, comme $XH_u H_d$. Par contre, il y a des interactions non renormalisables, gravitationnelles ou via les messagers, qui vont nous être utiles par la suite.

Considérons ainsi

$$\lambda_1 \frac{q\tilde{q}}{M_P} H_u H_d. \quad (4.19)$$

Cet opérateur d'origine gravitationnelle donne naissance à un terme μ qui peut être plus grand que $m_{3/2}$. (4.19) permet d'avoir

$$\mu = \frac{\lambda_1}{h} \frac{N}{\sqrt{N_c}} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.20)$$

$$B = -2h\langle Y_0^* \rangle = - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)}{96\pi^2 N \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.21)$$

où on a utilisé $m_{3/2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} |F_{X,i}^i|^2}{3}} / \sqrt{3} M_P = \sqrt{N_c} h f^2 / \sqrt{3} M_P$.

On peut donc à la fois avoir $m_{3/2} \ll M_{GM}$, ce qui permet de supprimer les effets indésirables de saveur, et avoir une brisure de symétrie électrofaible avec un μ -terme de l'ordre de grandeur des masses de squarks et gluinos.

On peut obtenir $\mu \sim 1$ TeV pour $m_{3/2} \sim (10 - 100)$ GeV, quite à prendre un petit couplage h . En guise d'exemple, on peut prendre $m_{3/2} = 50$ GeV, $N_c = 5$, $N_f = 7$ and $\lambda_1/h = 10$, auquel cas $\mu = 775$ GeV.

L'opérateur

$$\lambda_2 \frac{XX}{M_P} H_u H_d, \quad (4.22)$$

donne quant à lui une contribution négligeable à μ , mais donne $B\mu = -\lambda_2 \sqrt{3N_c} \langle X_0 \rangle m_{3/2}$.

$$B = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{N_c}{N} \langle X_0 \rangle = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^3 N^2 \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.23)$$

On peut avoir un $B\mu$ terme du bon ordre de grandeur, avec les mêmes valeurs que précédemment et $h = 0.1$, on a $B/\lambda_2 = 7.9$ TeV. Si on prend $\text{Tr}'\lambda = 10^{-2}$ on a $B/\lambda_2 = 250$ GeV.

Les vev acquièrent par les champs à une boucle permettent donc de générer des paramètres μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur.

4.3 Modèles

Cette section introduit le formalisme général nécessaire pour discuter des idées présentées précédemment.

4.3.1 Couplages

Considérons un groupe de grande unification G ($G = SU(5), SO(10), \dots$) et des messagers $(\Phi, \tilde{\Phi})$ dans une représentation réelle $\mathbf{R} \oplus \bar{\mathbf{R}}$ de G . À partir de maintenant, Σ à un des Higgs appartenant au secteur de grande unification et prenant du vev lors de la brisure du groupe de symétrie.

Si le higgs Σ , est dans la représentation adjointe du groupe, comme $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{1} \oplus \text{Adj.} \oplus \dots$, on peut toujours coupler les messagers $\phi, \tilde{\phi}$ et Σ .

Les composantes des messagers ont donc des masses différentes, déterminées par les représentations de G auxquelles elles appartiennent. Le spectre en découlera.

Les messagers sont couplés à un champ X qui brise la supersymétrie et à un champ Σ . Σ brise le groupe G avec une vev qui respecte les symétries du modèle standard $\langle \Sigma \rangle \neq 0$:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X \Phi X \tilde{\Phi} + \lambda_\Sigma \Phi \Sigma \tilde{\Phi}. \quad (4.24)$$

On considère que le couplage renormalisable $\Phi \Sigma \tilde{\Phi}$ est permis par toutes les symétries de la théorie unifiée, symétries globales incluses.

En l'absence de cette contribution, il faudra prendre d'autres contributions d'ordre plus élevées.

Suivant le groupe de grande unification et la représentation des messagers choisies, d'autres couplages utilisant, Φ et/ou $\tilde{\Phi}$ peuvent être autorisés ou supprimés par les symétries de jauge, comme des termes du superpotentiel mélangeant matière/Higgs avec les messagers.

Lorsque Σ prend une vev, G est brisé et le couplage $\Phi \Sigma \tilde{\Phi}$ donne des masses de messagers de l'ordre $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$. L'échelle des termes softs sera donnée approximativement par $\alpha \frac{F_X}{\langle \Sigma \rangle}$, avec α un couplage de jauge et $\sqrt{F_X}$ l'échelle de brisure de supersymétrie, $\langle X \rangle = X_0 + F_X \theta^2$. Comme $\langle \Sigma \rangle \sim M_{\text{GUT}}$, l'échelle de brisure de supersymétrie est élevée.

On a vu au chapitre précédent que dans la plupart des modèles, $\lambda_X X_0 \ll \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$, avec $\langle X \rangle = X_0 + F \theta^2$. En effet, la brisure de supersymétrie appelle

une R -symétrie, qui a tendance à protéger les vev des champs autour de 0. Elle peut être légèrement brisée pour générer les masses des jauginos, mais les corrections aux vev sont souvent petites. Les masses des messagers peuvent également recevoir une autre contribution provenant du terme de masse $M\Phi\tilde{\Phi}$, qui est autorisé par toutes les symétries, à part la R -symétrie sous laquelle X est chargée.

Par la suite, on supposera que la masse de messagers déterminée par le couplage aux champs de grande unification l'emporte devant les autres termes.

Les composantes des superchamps messagers ont donc in fine des masses différentes, ce qui va conduire à des spectres différents du cas de médiation de jauge minimale.

4.3.2 Des masses de messagers vers les spectres

Parce que leurs masses viennent du couplage à Σ , et que $\langle \Sigma \rangle$ ne préserve que les symétries du modèle standard, les champs messagers n'ont pas tous la même masse. On aboutit donc à un schéma de médiation de jauge non minimale, avec des spectres non standards, mais avec une démarche qui reste pourtant prédictive. Si on note M_i les masses des champs $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$, la masse des jauginos engendrée à une boucle vaut

$$M_a(\mu) = N_m \frac{\alpha_a(\mu)}{4\pi} \sum_i 2T_a(R_i) \frac{\lambda_X F_X}{M_i}, \quad (4.25)$$

où la somme porte sur tous les composantes des champs messagers ϕ_i , et $T_a(R_i)$ est l'index de Dynkin de la représentation R_i de ϕ_i , normalisé à $1/2$ pour la représentation fondamentale de $SU(N)$. Pour $U(1)$, on utilise une normalisation pour $SU(5)$ $\alpha_1 = \frac{5}{3} \alpha_Y$; on a également $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$, où l'hypercharge Y est défini par $Y = Q - T_3$.

Les masses softs des scalaires sont données par

$$m_\chi^2 = 2N_m \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_i 2T_a(R_i) \left| \frac{\lambda_X F_X}{M_i} \right|^2, \quad (4.26)$$

où C_χ^a sont les coefficients de Casimir quadratiques pour les superchamps χ , normalisé à $C(N) = (N^2 - 1)/2N$ pour les représentations fondamentales de $SU(N)$ et à $C_\chi^1 = 3Y_\chi^2/5$ pour $U(1)$. Nous avons négligé l'effet de l'évolution des couplages entre les différentes échelles de messagers M_i , qui est supposé être petit. En pratique, on définit une échelle moyenne liée aux messagers M_{mess} et à laquelle l'équation (4.26) est valide, avec $\alpha_a \equiv \alpha_a(M_{\text{mess}})$.

Dans les équations (4.25) et (4.26), nous avons pris N_m copies de paires de messagers identiques, et supposé par simplicité qu'ils ont tous les mêmes couplages λ_X et λ_Σ . Si on relâche cette hypothèse, on bouge juste l'échelle globale des scalaires par rapport à l'échelle de masse des jauginos, et les ratios entre les masses de jauginos restent les mêmes (idem pour les masses des scalaires).

À cause de la hiérarchie entre l'échelle de grande unification (où sont définis λ_X et M_i) et l'échelle des messagers (où sont générés les termes softs), les effets

de renormalisation peuvent être importants. En effet, les champs messagers $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ ont des dimensions anormales différentes, donc les masses M_i et les couplages $\lambda_{X,i}$ (tels que $W_{\text{mess}} \ni \sum_i \lambda_{X,i} \phi_i X \tilde{\phi}_i$) évoluent différemment en dessous de l'échelle de grande unification.

Cependant, comme remarqué par Ref. [115], les ratios $\lambda_{X,i}/M_i$ n'évoluent pas, à part potentiellement d'une contribution universelle associée aux dimensions anormales du champ qui brise la supersymétrie X . Les masses des jauginos et des scalaires ne sont donc pas affectées par le running entre l'échelle des messagers et l'échelle de grande unification, et peuvent être calculées à partir de (4.25) et (4.26), avec les masses M_i évaluées à l'échelle de grande unification. L'unification des couplages de jauge, elle, dépend de ces effets de renormalisation.

4.3.3 $SU(5)$ comme groupe de grande unification

Le cas le plus simple est celui où le groupe de grande unification est donné par $SU(5)$. Nous verrons aussi que c'est le cas le plus intéressant phénoménologiquement, car la masse du bino va s'annuler la plupart des cas à une boucle, conduisant à un neutralino plus léger que le reste du spectre.

Nous nous limitons au cas où les messagers appartiennent à des paires de $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou de $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$. On peut décomposer leur produit suivant les règles de la théorie des groupes :

$$\mathbf{5} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24}, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{10} \otimes \bar{\mathbf{10}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75}. \quad (4.28)$$

Les couplages² possibles sont

1. des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ couplés au Higgs dans l'adjoint $\mathbf{24}$
2. des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ couplés au Higgs dans l'adjoint $\mathbf{24}$
3. des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ couplés au Higgs dans le multiplet $\mathbf{75}$

La $\mathbf{24}$ est couramment utilisée pour briser $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

La $\mathbf{75}$ est utilisée dans certains modèles qui cherchent à résoudre le problème du "doublet-triplet splitting", ie à donner une grande masse au Higgs triplet coloré tout en gardant le doublet léger.

On peut alors réaliser un "doublet-triplet splitting" de manière naturelle via le mécanisme du "partenaire manquant" [109]. Pour cela, on a dû introduire une paire de Higgs dans $(\mathbf{50}, \bar{\mathbf{50}})$ en plus.

Les cas 1 et 2 donnent un neutralino LSP. Ils seront décrits dans la partie "Spectres remarquables".

Le cas 3 sera traité dans la partie suivante "Spectres, un goût d'exhaustivité"

2. Plus généralement, n'importe quelle paire de messagers vectoriels $(\mathbf{R}, \bar{\mathbf{R}})$ peut coupler à la représentation adjointe, et la plupart d'entre eux peuvent aussi coupler à une $\mathbf{75}$. D'autres représentations de $SU(5)$ contiennent des singlets du modèle standard, comme la $\mathbf{200}$ qui apparaît dans $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}}$, pour certaines grandes représentations de \mathbf{R} . Cependant, ces représentations ne sont pas utilisées dans les modèles courants de $SU(5)$, aussi nous ne les considérerons pas ici.

4.3.4 $SO(10)$ comme groupe de grande unification

Le second cas répandu de théorie de grande unification est celui du groupe $SO(10)$. Les modèles réalistes de $SO(10)$ utilisent plusieurs Higgs prenant des vev.

Par souci de simplicité, nous avons décidé de ne regarder que le cas où les messagers couplent à un et un seul Higgs.

Il y a donc plus de cas à étudier que dans le cas de $SU(5)$. Nous nous limiterons aux cas où les messagers sont dans des représentations $\mathbf{10}$ ou $\mathbf{16}$. Les représentations plus grandes sont plus complexes et risquent de mener à un pôle de Landau.

Les messagers vont donc se comporter comme :

$$\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s, \quad (4.29)$$

$$\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{210}. \quad (4.30)$$

Nous considérons le cas de leurs couplages aux Higgs les plus couramment utilisés pour briser $SO(10)$, c'est-à-dire dans une $\mathbf{45}$ ou dans une $\mathbf{54}$ (voir [82] pour une revue).

La $\mathbf{54}$ contient une vev qui respecte les symétries du modèle standard et qui brise $SO(10)$ en le sous-groupe de Pati-Salam $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$. La $\mathbf{45}$, elle, contient deux vevs compatibles avec le modèle standard. On peut ainsi choisir les symétries en fonction des générateurs de $SO(10)$ que l'on veut préserver.

Les directions qui sont le plus utilisées pour construire des modèles sont :

- (i) $B - L$, qui garde le sous groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ de $SO(10)$ intact ;
- (ii) T_{3R} , la troisième composante de l'isospin droit, qui laisse $SU(4)_c \times SU(2)_L \times U(1)_R$ intact ;
- (iii) Y , qui brise le sous groupe $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$;
- (iv) X , le générateur de $SO(10)$ qui commute avec $SU(5)$ et qui garde $SU(5) \times U(1)_X$ intact.

Les directions (i) et (ii) peuvent être utilisées, en combinaison avec une vev $\mathbf{54}$, lors de la première étape de la brisure de $SO(10)$; (i) est aussi nécessaire pour le mécanisme de vev manquante dans le doublet-triplet splitting [108].

La direction (iii) est souvent utilisée pour briser $SU(5)$ en le $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, après avoir déjà brisé $SO(10)$ en $SU(5)$ via la vev d'une $\mathbf{16}$ (avec son partenaire $\overline{\mathbf{16}}$, afin de garder le D-terme nul).

La direction (iv) peut être employée pour briser $SO(10)$ en $SU(5)$ flippé.

En présence des opérateurs non-renormalisables appropriés, les quatre directions donnent des corrections à la relation naive de $SO(10)$ $M_u = M_d = M_e$.

Comme la brisure de $SO(10)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ nécessite une réduction du rang par les vevs d'une $\mathbf{16} \oplus \overline{\mathbf{16}}$ ou une paire $\mathbf{126} \oplus \overline{\mathbf{126}}$, on doit aussi considérer les couplages possibles entre ces multiplets et les champs messagers.

Au niveau renormalisable, les seules possibilités sont $\mathbf{16}_M \mathbf{16}_M \overline{\mathbf{126}}$ ($\overline{\mathbf{16}}_M \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{126}$) et $\mathbf{16}_M \mathbf{10}_M \mathbf{16}$ ($\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{10}_M \overline{\mathbf{16}}$)

Le dernier ne donne qu'une masse au singlet du modèle standard contenu dans $\mathbf{16}_M$ ($\overline{\mathbf{16}}_M$), et ne contribue donc pas à la génération de termes softs pour le MSSM via la médiation de jauge.

Tous ces couplages sont supprimés par la symétrie discrète ci-après. Nous ne les compterons plus par la suite.

Comme précisé dans la section 4.2, la symétrie de jauge $SO(10)$ autorise aussi des termes mélangeant les champs messagers, la matière du MSSM et les Higgs dans le superpotentiel. C'est le cas des termes comme $\mathbf{16}_i \overline{\mathbf{16}}_M$, $\mathbf{10}_H \mathbf{10}_M$, $\mathbf{16}_i \mathbf{16}_M \mathbf{10}_H$ et $\mathbf{16}_i \mathbf{45} \overline{\mathbf{16}}_M$, où $\mathbf{16}_i$ ($\mathbf{10}_H$) contiennent des champs de matière du MSSM (Higgs), alors que $\mathbf{16}_M$, $\overline{\mathbf{16}}_M$ et $\mathbf{10}_M$ sont des champs messagers.

On peut interdire ces termes en introduisant une symétrie \mathbf{Z}_4 telle que

$$\Phi \rightarrow i\Phi, \quad \tilde{\Phi} \rightarrow -i\tilde{\Phi} \quad (4.31)$$

(si les messagers sont dans des représentations réelles, on peut choisir une parité $\Phi \rightarrow -\tilde{\Phi}$), ce qui garantit que Φ et $\tilde{\Phi}$ apparaissent systématiquement sous la combinaison $\Phi\tilde{\Phi}$ dans le superpotentiel renormalisable.

Cette symétrie pourrait aussi interdire les couplages renormalisables entre les champs messagers et les multiplets de Higgs $(\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}}) / (\mathbf{126}, \overline{\mathbf{126}})$.

Par la suite, nous allons présenter les spectres obtenus, en commençant par les spectres les plus remarquables. Par simplicité, nous ne prenons qu'une paire de messagers, et un seul couplage entre la paire de messagers et le champ de Higgs qui brise le groupe de grande unification.

4.4 Spectres remarquables

Lors de ce travail, effectué en 2009-2010, nous avons pris soin de vérifier la compatibilité de nos modèles les contraintes expérimentales de l'époque. Certaines d'entre elles ayant été actualisées, certains modèles étudiés ont été exclus. Bien que n'ayant pas eu le temps de rechercher des spectres compatibles avec l'expérience pour reprendre la phénoménologie, nous présentons tout de même ici ces études illustrant la démarche à suivre.

Pour guider le lecteur parmi les résultats, nous mettons ici les spectres les plus remarquables obtenus. La section suivante sera consacrée à l'obtention systématique d'autres les spectres possibles à partir des modèles décrits ci-avant.

4.4.1 $G = SU(5)$, $\Sigma = \mathbf{24}$, ou naissance d'un neutralino léger comme LSP

Masses des messagers

On commence par le cas le plus simple de grande unification : $SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le Higgs qui réalise cette brisure est dans l'adjoint

de $SU(5)$. On sait que la valeur de Σ est donnée par

$$\langle \Sigma \rangle = V \text{Diag}(2, 2, 2, -3, -3) = 6VY, \quad (4.32)$$

où V est à l'échelle de grande unification soit $\approx 10^{16}\text{GeV}$, tandis que Y est le générateur de l'hypercharge, normalisé pour que $Y = Q - T_3$.

Dans les cas où la masse des messagers est bien donnée par le couplage³ $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$ on obtient les masses suivantes pour les composantes des messagers :

$$\Phi(\bar{5}) = \{\phi_{\bar{3},1,+1/3}, \phi_{1,2,-1/2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_\Sigma V, -3\lambda_\Sigma V\}, \quad (4.33)$$

$$\Phi(10) = \{\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}\}, \quad M_\Phi = \{\lambda_\Sigma V, -4\lambda_\Sigma V, 6\lambda_\Sigma V\}. \quad (4.34)$$

Pour l'exemple, on a pris les messagers dans les représentations $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$, mais on a de manière générale

$$M_i \propto \lambda_\Sigma V Y_i. \quad (4.35)$$

Annulation de la masse du bino

Ceci débouche sur une propriété intéressante sur la masse du bino. En effet,

$$M_1 = \frac{\alpha_1}{4\pi} \sum_i 2 \frac{3}{5} Y_i^2 \frac{\lambda_X F_X}{6\lambda_\Sigma V Y_i} \propto \sum_i Y_i, \quad (4.36)$$

avec $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$. Or, Y est un générateur de $SU(5)$ donc sa trace prise sur une représentation complète de $SU(5)$ s'annule.

La contribution principale au bino vaut donc

$$M_{\lambda_1}|_{\text{GM}} = 0, \quad (4.37)$$

Ceci est vrai quelque soit la représentation choisie pour les messagers.

Sa masse sera donc plus petite que le reste du spectre. Elle sera donnée par une contribution sous-dominante, venant par exemple :

- de la médiation gravitationnelle,
- des corrections quantiques : deux boucles ou plus,
- du couplage $M\Phi\tilde{\Phi}$ provenant peut-être de la vev de X ,
- des opérateurs du type $\Phi\Sigma^2\tilde{\Phi}/M_P$.

Les messagers sont très lourds, avec des masses de l'ordre de $\lambda_\Sigma \times 10^{16}\text{GeV}$. Il faut donc faire attention aux corrections liées à la supergravité, qui ne seront plus forcément négligeables. C'est le rapport $m_{3/2}/M_{\text{GM}} \sim \lambda_\Sigma V / (\alpha_{\text{GUT}} \lambda_X M_P / 4\pi) \sim \lambda_\Sigma / \lambda_X$ qui permet de mesurer l'importance de ces contributions.

Ainsi, si la masse du bino est générée gravitationnellement à haute énergie, on a

$$M_{\lambda_1} \sim m_{3/2} \ll (M_{\lambda_2}, \mu) \sim M_{\text{GM}}, \quad (4.38)$$

3. les autres termes de masse ayant été négligés.

Si c'est la contribution gravitationnelle qui domine, on obtient typiquement à l'échelle électrofaible, $M_1 < m_{3/2}$, ce qui donne une LSP avec forte composante en bino. Dans le cas contraire, la LSP est le gravitino.

Vu que l'échelle de gravitation est proche de l'échelle de grande unification, nous avons considéré le cas dans lequel c'est la gravitation qui génère M_1 . Par simplicité, on suppose que $M_1(M_{\text{mess}}) = m_{3/2}$. On prend en compte les effets de supergravité sur les autres termes softs en rajoutant un terme $m_{3/2}$ et $m_{3/2}^2$ dans les masses des juginos et des scalaires.

Après renormalisation, on arrive à la hiérarchie suivante :

$$M_1 \approx 0.5 m_{3/2} \ll M_2, M_3, \quad (4.39)$$

On sait que les équations de renormalisation imposent à l'échelle électrofaible $M_{\lambda_1} \sim 0.5 m_{3/2}$. Dans ce cas, la LSP est un neutralino léger, avec une forte composante en bino.

Notons qu'un neutralino léger n'est pas exclu par les bornes du LEP, même s'il pèse moins de 50 GeV. En effet, ceux-ci ont d'abord fixé des limites sur les winos et gluinos, puis ont supposé l'universalité afin d'en tirer des contraintes sur la masse du neutralino. Sans cette hypothèse, leur borne n'est plus valable. D'ailleurs, certains papiers phénoménologiques ont étudié des scénarios dans lesquels les neutralinos pouvaient être aussi légers que possibles [49].

Ceci n'est pas courant dans un spectre de médiation de jauge, puisqu'en général c'est le gravitino qui est la particule la plus légère. Cette spécificité est d'autant plus frappante qu'elle est indépendante de la représentation dans laquelle figure les messagers.

Des masses de juginos déterminées par les représentations des messagers

On peut calculer le reste du spectre en fonction des représentations \mathbf{R} dans lesquelles sont les messagers. En dégageant une échelle typique $\Lambda \equiv \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_{\Sigma V}}$, on trouve pour des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$

$$M_1 = 0, \quad M_2 = -\frac{1}{3} \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = \frac{1}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda \quad (4.40)$$

et pour des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$.

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 3 \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = \frac{7}{4} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda, \quad (4.41)$$

Les ratios caractéristiques valent

$$(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}}) : \frac{M_{\lambda_2}/\alpha_2}{M_{\lambda_3}/\alpha_3} = -\frac{2}{3}, \quad (\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}}) : \frac{M_{\lambda_2}/\alpha_2}{M_{\lambda_3}/\alpha_3} = \frac{12}{7}. \quad (4.42)$$

Déterminer le ratio entre le wino et le gluino aide donc à distinguer les représentations dans lesquelles se retrouvent les messagers.

Pour les masses des scalaires, elles s'écrivent :

$$m_\chi^2(M_{\text{mess}}) = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 N_m |\Lambda|^2, \quad (4.43)$$

où $\alpha_a \equiv \alpha_a(M_{\text{mess}})$ et les valeurs des coefficients d_χ^a sont rentrées dans le tableau 4.1. On a négligé leur évolution entre les différentes échelles de masses de messagers.

	d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$		d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
(5, $\bar{5}$):	\bar{Q}	2/3	1/6	1/180	(10, $\bar{10}$):	\bar{Q}	11/2	9/2	1/90
	U^c	2/3	0	4/45		U^c	11/2	0	8/45
	D^c	2/3	0	1/45		D^c	11/2	0	2/45
	L	0	1/6	1/20		L	0	9/2	1/10
	E^c	0	0	1/5		E^c	0	0	2/5
	H_u, H_d	0	1/6	1/20		H_u, H_d	0	9/2	1/10

TABLE 4.1 – Coefficients d_χ^a pour des messagers dans la $\mathbf{5} \oplus \bar{\mathbf{5}}$ (gauche) et $\mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{10}}$ (droite) représentations de $SU(5)$ couplé au multiplet de Higgs dans une $\mathbf{24}$ de $SU(5)$.

On peut trouver un exemple de spectre dans la figure (4.1). Il est obtenu avec les conditions suivantes :

- les higgs et messagers appartiennent aux représentations $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$
- la masse des messagers vaut $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_\Sigma V = 10^{13}$ GeV, $M_{\text{GM}} \equiv \frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{4\pi} \frac{\lambda_X F}{\lambda_\Sigma V} = 215 \text{ GeV}$,
- $m_{3/2} = 85$ GeV
- $\tan \beta = 15$.
- on a rajouté une contribution de supergravité universelle $m_{3/2}$ pour tous les termes softs.

Neutralino léger et nucléosynthèse primordiale

Comme dit précédemment, la LSP est un neutralino à forte composante en bino, ce qui est surprenant pour un scénario de médiation de jauge.

C'est une bonne nouvelle pour la BBN (Big Bang Nucleosynthesis), qui met des contraintes sévères sur les particules reliques qui ont une grande durée de vie, et qui sont particulièrement difficiles à satisfaire lorsque le gravitino est la LSP.

Ici, la désintégration tardive du gravitino est compatible avec les prédictions de la BBN tant que sa densité est suffisamment petite. Pour une production thermique, cela pose une borne supérieure sur la température de réchauffement, $T_R \lesssim 10^{5-6} \text{ GeV}$ [113].

Matière noire

Un autre avantage d'avoir un neutralino LSP est que contrairement au gravitino, il permet de faire des prédictions vis-à-vis de la matière noire. On peut en effet prédire sa densité à partir des paramètres mesurés aux collisionneurs. On peut aussi le chercher dans des expériences de détection directe [56] [57].

Pour l'instant, on sait que ce spectre a deux caractéristiques marquées :

- un neutralino léger LSP, principalement bino
- des masses de jauginos non-universelles codant les représentations dans lesquelles sont les messagers.

On va voir qu'il faut également avoir des sleptons singlets légers.

En effet, on doit satisfaire la contrainte liée à WMAP [71]

$$\Omega_{DM}h^2 = 0.1109 \pm 0.0056. \quad (4.44)$$

Pour cela, on doit réaliser des annihilations efficaces via $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$, réalisées via l'échange d'un $\tilde{\tau}_1$ léger.

Pour que la NLSP, c'est-à-dire le gravitino, ne se désintègre pas trop tôt en $\tilde{\chi}_1^0\gamma$ et $\tilde{\chi}_1^0q\bar{q}$, ruinant ainsi les prédictions cohérentes de la BBN, on doit imposer que la température de réchauffement vérifie $T_R \lesssim 10^{5-6}\text{GeV}$. [72]

Il est difficile de distinguer le cas du neutralino léger de celui de mSUGRA (par exemple SPS1a, dans lesquels $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97\text{GeV}$) dans les collisionneurs de hadrons. Il y a juste une section efficace qui est un peu augmentée dans les processus tels que $p\bar{p}/pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 + \text{jet}$. [73]

Spectres

Comme exemple, on peut considérer le spectre décrit dans le tableau 4.2 et représenté dans Fig. 4.1. Nous avons pris une paire de messagers dans $\mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{10}}$. Les paramètres considérés sont $M_{GM} \equiv \alpha_3(M_{\text{mess}})\Lambda/4\pi = 240\text{ GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{ GeV}$, $\tan\beta = 18$ et $\text{sign}(\mu) = +$. Pour tenir compte des corrections de supergravité, on a rajouté une contribution universelle de $m_{3/2}$ et $m_{3/2}^2$ pour les masses softs des jauginos et des scalaires respectivement.

Les termes softs ont alors évolué de l'échelle des messagers vers l'échelle électrofaible et le spectre physique a été calculé avec SUSPECT [110], en prenant $m_t = 173.1\text{GeV}$.

Nos spectres présentent des sleptons singlets plus légers que le reste du spectre (neutralino exclu). Cela est dû au fait qu'ils permettent de réduire la densité relique de neutralino jusqu'à des quantités en accord avec les observations actuelles. Cela vient des annihilations transmises par \tilde{l}_R , $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow l^+l^-$ qui sont assez efficaces. (Du fait de la proximité du Z , les annihilations en fermions médiés par un Z sont aussi importantes, et ce malgré la petite composante en higgsino dans $\tilde{\chi}_1^0$). Pour les paramètres donnés précédemment, la densité relique calculée via MicrOMEGAS [111, 112] vaut $\Omega_{\tilde{\chi}_1^0}h^2 = 0.112$, comparée à la valeur de WMAP calculée à 68% C.L. $\Omega_{CDM}h^2 = 0.1109 \pm 0.0056$ [71].

Par souci d'exhaustivité, nous donnons aussi les valeurs des sections efficaces indépendantes du spin et dépendantes du spin calculées par MicrOMEGAS qui

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
114.5	765.3	765.4	769.7	514.0	634.7	43.7	513.9	560.7	634.5	1042
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
780.8	1085	1017	1158	995.2	1068	1016	1161			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
92.2	580.9	138.4	584.1	574.7	578.8					

TABLE 4.2 – Spectre généré par une paire de messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ couplé à un Higgs dans la représentation adjointe de $SU(5)$, avec pour paramètres $M_{\text{GM}} = 240\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{GeV}$, $\tan\beta = 18$ and $\mu > 0$ (all masses in GeV).

valent respectivement, $\sigma_p^{\text{SI}} = 5.17 \times 10^{-46} \text{cm}^2$ ($\sigma_p^{\text{SD}} = 8.33 \times 10^{-43} \text{cm}^2$) pour une diffusion sur un proton, et $\sigma_n^{\text{SI}} = 5.37 \times 10^{-46} \text{cm}^2$ ($\sigma_n^{\text{SD}} = 9.99 \times 10^{-43} \text{cm}^2$) pour une diffusion sur un neutron. Les sections efficaces indépendantes du spin sont presque deux ordres de magnitude en dessous des limites actuelles venant des expériences de détection directe comme CDMS [80] et XENON [81].

Un neutralino plus léger que 50GeV tel que décrit dans le tableau 4.2 n'est pas en contradiction avec la limite du LEP, car celle-ci suppose l'unification de masses de jauginos à haute échelle. Plus précisément, il n'y a pas de borne venant du LEP tant que $M_{\tilde{\chi}_1^0} + M_{\tilde{\chi}_2^0}$ dépasse la limite cinématique de 208GeV .

Dans les collisionneurs de hadrons, les signatures des neutralinos légers ne sont pas très différents de ceux d'un scénario standard de type SPS1a (dans lequel $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97\text{GeV}$), malgré la section efficace légèrement plus grande due à un espace de phase plus grand.

Par exemple, au LHC avec $\sqrt{s} = 14 \text{TeV}$, la section efficace pour la production d'une paire de neutralinos en association avec un jet est seulement augmentée d'à peu près 20% dans le cas extrême d'un bino sans masse [73].

La meilleure façon de tester le scénario est donc de mesurer la masse des superpartenaires, surtout le ratio entre les masses du wino par rapport au gluino, qui dépend de la représentation des messagers.

Pour synthétiser, ce scénario se caractérise par les particularités suivantes vis-à-vis de son spectre :

- neutralino LSP à majeure bino
- des masses de jauginos non universelles définies par le ratio de M_2/M_3
- sleptons droits légers, en particulier avec des messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$.

Changements de saveur

Une différence importante entre ce scénario et la médiation de jauge classique est que les contributions gravitationnelles aux termes softs ne peuvent pas être négligées. La gravité mélangeant les familles entre elles, cela peut induire des changements de saveurs qui n'existeraient pas dans une médiation de jauge pure.

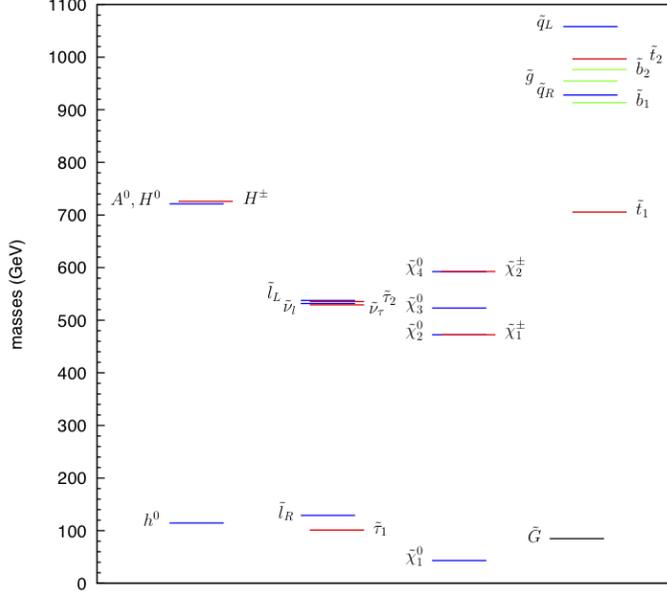


FIGURE 4.1 – Spectre de masses des superpartenaires pour une paire de messagers dans un $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ couplés à une adjointe de $SU(5)$, pour $M_{\text{GM}} = 240\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{GeV}$, $\tan\beta = 18$ and $\mu > 0$.

Les matrices de masse des sfermions peuvent être décomposées en :

$$(M_\chi^2)_{ij} = m_\chi^2 \delta_{ij} + (\lambda_\chi)_{ij} m_{3/2}^2 \quad (\chi = Q, U^c, D^c, L, E^c), \quad (4.45)$$

où les coefficients $(\lambda_\chi)_{ij} \lesssim 1$ paramétrisent les contributions non universelles liées à la supergravité.

Dans le secteur des squarks, l'insertion des paramètres de masses qui contrôlent les observables violant la saveur sont supprimées par $m_{3/2}^2/m_{\tilde{q}}^2 \sim 7 \times 10^{-3}$, ce qui est assez pour être compatible avec toutes les contraintes expérimentales, à l'exception du secteur du Kaon, où on doit imposer en plus $\sqrt{(\lambda_Q)_{12}(\lambda_{D^c})_{12}} \lesssim 0.3$ [83].

Par contre, dans le secteur des sleptons, la suppression est seulement $m_{3/2}^2/m_{\tilde{l}_L}^2 \sim 0.02$ ($m_{3/2}^2/m_{\tilde{l}_R}^2 \sim 0.5$) pour les insertions de masse LL (RR). Il faut donc des contributions de supergravité universelles pour les masses softs des sleptons, peut-être grâce à des symétries de saveur responsables pour les hiérarchies de Yukawa.

Le problème de saveur en supersymétrie est donc simplifié mais pas entièrement résolu dans le secteur des leptons.

4.4.2 $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$ ou comment faire un Wino NLSP

Nous étudions le cas où le Higgs est dans une $\mathbf{45}$ proportionnelle à T_{3R} de $SO(10)$, avec deux messagers distincts dans une $\mathbf{10}_M$ et une $\mathbf{10}'_M$ (en effet, la représentation adjointe apparaît dans le produit antisymétrique de deux représentations vectorielles).

Le superpotentiel est le suivant

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (4.46)$$

La vev $\langle \mathbf{45} \rangle = V_R T_{3R}$ ne génère pas de masses pour les triplets et anti triplets de $\mathbf{10}_M$ et $\mathbf{10}'_M$. Celles-ci vont donc, comme dans le cas précédent, être générées par des effets sous-dominants, par exemple un terme de masse M_T pour les messagers colorés, venant de $X_0 \neq 0$, d'un terme de masse directe $M_T \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$ ou de contributions de supergravité.

La masse des winos est ainsi supprimée par rapport aux masses des bino et gluinos.

Comme précédemment, on considère que M_T , quelque soit son origine, vérifie $M_T \ll \lambda_{45} V_R$. Cela donne :

$$M_{\lambda_2} \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T} \left(\frac{M_T}{\lambda_{45} V_R} \right)^2, \quad M_{\lambda_1}, M_{\lambda_3} \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T}. \quad (4.47)$$

On a donc plutôt un spectre possédant un LSP gravitino et un NLSP wino. Les sleptons seront plus légers que les squarks.

Le formalisme général sera expliqué en détails dans la section suivante. Pour illustration, on prend un spectre typique, obtenu avec les ratios

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{13}{20} : -\frac{1}{4} : 2, \quad (4.48)$$

Les masses des scalaires sont elles données par :

$$m_\chi^2 = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_D|^2. \quad (4.49)$$

Les coefficients d_χ^a sont donnés dans le tableau 4.3. Le spectre des partenaires supersymétriques a été évalué avec SUSPECT pour

- une échelle liée aux messagers $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_R = 10^{11} \text{ GeV}$,
- $M_{\text{GM}} = 550 \text{ GeV}$,
- $M_T = M_{\text{mess}}/6$
- $\tan \beta = 15$.

Les valeurs sont données dans le tableau 4.4 et représentées dans le haut de la figure 4.2, à droite. Le gravitino a une masse de l'ordre d'1 GeV. Les superpartenaires les plus légers sont les winos neutres et chargés $\tilde{\chi}_1^0$ et $\tilde{\chi}_1^\pm$, tandis que le bino est légèrement plus lourd ($\tilde{\chi}_2^0$). Si on avait pris un ϵ_L plus grand, on aurait eu une différence plus importante entre la masse du bino et du wino.

La dégénérescence de masse dans le triplet de wino est levée par les corrections radiatives. Celles-ci rendent le chargino le plus léger un peu plus lourd que le neutralino le plus léger. (La différence de masses provenant de la diagonalisation des matrices de masses du neutralino et du chargino est négligeable pour $M_1, M_2 \ll |\mu|$)

Les sleptons sont assez légers, avec une masse de l'ordre de 300GeV, tandis que les particules colorées sont plus lourdes, entre 1.8 and 2TeV.

d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
Q	16/3	15/32	79/2400
U^c	16/3	0	79/150
D^c	16/3	0	79/600
L	0	15/32	237/800
E^c	0	0	237/200
H_u, H_d	0	15/32	237/800

TABLE 4.3 – Coefficients d_χ^a obtenus pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$ et $\epsilon_L = 1/6$.

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
118.3	1236	1236	1239	114.1	1220	114.1	117.2	1218	1218	1978
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
1723	1902	2002	2011	1883	1985	1994	2013			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
272.9	370.5	326.7	329.6	318.2	320.1					

TABLE 4.4 – Spectre de masse supersymétrique obtenu pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$, $\epsilon_L = 1/6$, $M_{GM} = 550\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 15$ and $\mu > 0$ (les masses étant données en GeV).

La principale caractéristique de ce scénario est un wino neutre NLSP avec une longue durée de vie.

En effet, s'il n'y a pas de violation de R-parité, la composante la plus légère du triplet de wino ne peut se désintégrer que gravitationnellement.

Pour évaluer son temps de vie, on peut utiliser la formule suivante [85] :

$$\Gamma(\tilde{W}^3 \rightarrow \tilde{G}W^3) = \frac{1}{48\pi} \frac{M_{\tilde{\chi}_1^0}^5}{(m_{3/2}M_P)^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{\chi}_1^0}^2}\right)^3 \left(1 + 3 \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{\chi}_1^0}^2}\right), \quad (4.50)$$

Cela donne $\tau_{\tilde{\chi}_1^0} \sim 5 \times 10^4$ s pour $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 114.1\text{GeV}$ et $m_{3/2} \sim 1\text{GeV}$.

Au niveau des signatures dans les collisionneurs, ce scénario ressemble aux modèles où la brisure de supersymétrie est transmise par des anomalies (on parle d' "anomaly mediation"), auquel cas le wino est la LSP.

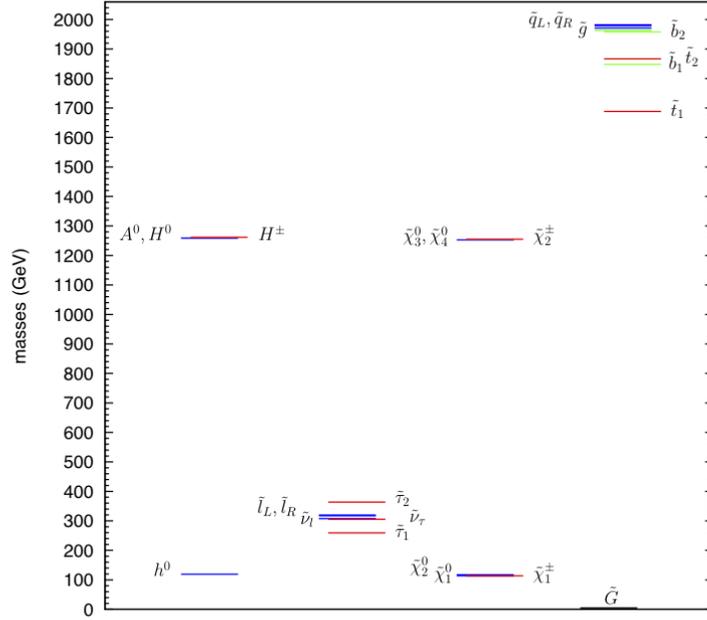


FIGURE 4.2 – Spectre de masse supersymétrique obtenus pour des messagers $(\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M)$ couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$, $\epsilon_L = 1/6$, $M_{GM} = 550\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 15$ and $\mu > 0$ (les masses étant données en GeV).

A une boucle, on génère une différence de masses $M_{\tilde{\chi}_1^+} - M_{\tilde{\chi}_1^0}$. Elle est toujours positive et un peu plus grande que la masse du pion chargé.

Le chargino le plus léger va se désintégrer en la NLSP via $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \pi^+$, menant à la trace d'une particule chargée lourde terminant par la production d'un pion très soft.

La signature caractéristique au LHC est une production $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ en association avec un jet, laissant deux vertex déplacés et de l'énergie transverse manquante.

Le signal correspondant, la production d'une paire de $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ avec un jet, laissant deux vertex déplacés et de l'énergie transverse manquante, est délicate pour le LHC. Si la différence de masse $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_1^0$ est assez grande, il peut aussi être intéressant d'observer la production d'une paire $\tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$ suivie de $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow l^+ l^- \tilde{\chi}_1^0$ or $\bar{\nu} l^- \tilde{\chi}_1^+$.

Contrairement au bino, le wino a des interactions de jauge importantes. L'efficacité de ses annihilations permet donc d'avoir une densité relique très petite devant la densité relique d'un bino. Cependant, il peut toujours y avoir des désintégrations tardives qui posent des problèmes liées à la BBN [74]. Cela

demande de satisfaire la contrainte $m_{3/2} \lesssim$ quelques GeV.

Là aussi, les signatures doivent être comparées avec les nouveaux résultats [134] du LHC, il n'est pas sûr que ce modèle survive.

4.4.3 $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\overline{\mathbf{16}}, \mathbf{16})$, où comment faire un gluino léger

Dans cet exemple, nous considérons le groupe de grande unification $SO(10)$ et une paire de messagers dans $(\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}})$ couplés à un Higgs dans un adjoint, avec une vev alignée dans la direction $B - L$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{B-L} T_{B-L}$.

La masse de chaque composante des messagers ϕ_i dépend donc de $B - L$, $M_i = (B - L)_i \lambda_{45} V_{B-L}$.

La masse du gluino est alors supprimée

$$M_{\lambda_3}|_{\text{GM}} = \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_{45} V_{B-L}} \left(2 \times \frac{1}{1/3} + \frac{1}{-1/3} + \frac{1}{-1/3} \right) = 0. \quad (4.51)$$

On peut avoir un point de vue plus général sur la question.

Si on néglige les possibles contributions sous-dominantes, les masses des composantes des messagers sont déterminées par leur charge $B - L$.

Comme $T_{B-L}(Q_M) = -T_{B-L}(U_M) = -T_{B-L}(D_M)$, cela donne une annulation pour la masse du gluino.

Ainsi, si on ne prend en compte que les effets à une boucle, on trouve :

$$M_1 = -\frac{24}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda, \quad M_2 = 8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda, \quad M_3 = 0, \quad (4.52)$$

$$m_\chi^2 = 6 \left[16 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + 7 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{108}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.53)$$

où $\Lambda \equiv \lambda_X F_X / (\lambda_{45} V_{45})$.

L'annulation de la masse du gluino semble accidentelle. On peut la relier à l'annulation de l'anomalie de jauge mixte $SU(3)_C - SU(3)_C - U(1)_{B-L}$ en remarquant que Q_M , U_M and D_M ont la même valeur pour $(B - L)^2$. Ainsi, $\sum_R 2T_{SU(3)_C}(R) \Lambda / x_R$ est proportionnelle au coefficient anomal de $SU(3)_C - SU(3)_C - U(1)_{B-L}$, x_R étant le coefficient de la masse des messagers dépendant de leur représentation (le formalisme est présenté dans la section "exhaustive").

Par comparaison, Q_M and L_M n'ont pas la même valeur pour $(B - L)^2$. Du coup, l'annulation de l'anomalie mixte $SU(2)_L - SU(2)_L - U(1)_{B-L}$ ne donne pas $M_2 = 0$.

On peut générer une masse de gluino grâce aux corrections de supergravité, comme dans le cas du neutralino léger. La différence avec les neutralinos, c'est

que le groupe de renormalisation fait grandir la masse des gluinos quand on descend en énergie. Si on part de $M_{\lambda_3}(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$, on obtient un gluino NLSP de longue vie avec un gravitino LSP.

La prédiction $M_3 = 0$ est corrigée par les contributions venant de la médiation gravitationnelle et de $M_R \neq 0$. Si les corrections venant de la supergravité dominent, on peut écrire :

$$M_3(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}, \quad (4.54)$$

Ceci mène à $M_3 \sim 3m_{3/2}$ à l'échelle électrofaible. Le gluino va donc a priori être la NLSP, à moins que la hiérarchie $m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$ soit assez petite pour permettre au neutralino d'être la NLSP.

Le spectre contenant les Higgs et les superpartenaires est représenté dans la figure 4.3. Les paramètres sont

- une masse pour les messagers de $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_{B-L} = 10^{13} \text{GeV}$,
- $M_{\text{GM}} = 150 \text{GeV}$
- $m_{3/2} = 70 \text{GeV}$
- $\tan \beta = 15$.

On a rajouté une contribution universelle liée à la supergravité $m_{3/2}$ aux termes softs de masses. Le neutralino le plus léger et le gluino ont pour masses respectives $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 228.9 \text{GeV}$ et $M_{\tilde{g}} = 218.4 \text{GeV}$.

La limite inférieure expérimentale sur la masse du gluino se traduit sur une limite inférieure sur la masse du gravitino. Comme les autres termes softs se comportent comme $M_{\text{GM}} \gg m_{3/2}$, le spectre supersymétrique résultant est plutôt lourd.

Si au contraire, la masse du gluino vient principalement d'effets non gravitationnels, le gravitino est plus léger, et en utilisant Eq. (4.90) avec $\epsilon_Q = \epsilon_U = \epsilon_D \equiv \epsilon$ dans la formule plus générale, on trouve :

$$M_3 \simeq -36 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon. \quad (4.55)$$

M_1 , M_2 et les autres masses softs de scalaires sont toujours données par les mêmes équations (4.52) et (4.53). Le spectre supersymétrique est donc semblable au cas précédent, à l'exception d'un gravitino plus léger dont la masse n'est plus corrélée à celle du gluino. Suivant la valeur de ϵ , le gluino sera la NLSP ou pas.

Mais dans tous les cas, un gluino léger est une des caractéristiques de ce scénario.

A partir de maintenant, on se concentre sur le cas plus intéressant du gluino NLSP. Comme le gluino ne peut se désintégrer que gravitationnellement, il a une grande durée de vie, évaluée par [85] :

$$\tau^{-1}(\tilde{g} \rightarrow \tilde{G}g) = \frac{1}{48\pi} \frac{M_{\tilde{g}}^5}{(m_{3/2} M_P)^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{g}}^2}\right)^3 \left(1 + 3 \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{g}}^2}\right). \quad (4.56)$$

Le temps de vie d'un gluino de 250 GeV est donc $\tau_{\tilde{g}} \sim 10^7$ s pour $m_{3/2} \sim 100 \text{GeV}$, et $\tau_{\tilde{g}} \sim 500$ s pour $m_{3/2} \sim 1 \text{GeV}$. Ce scénario partage des caractéristiques

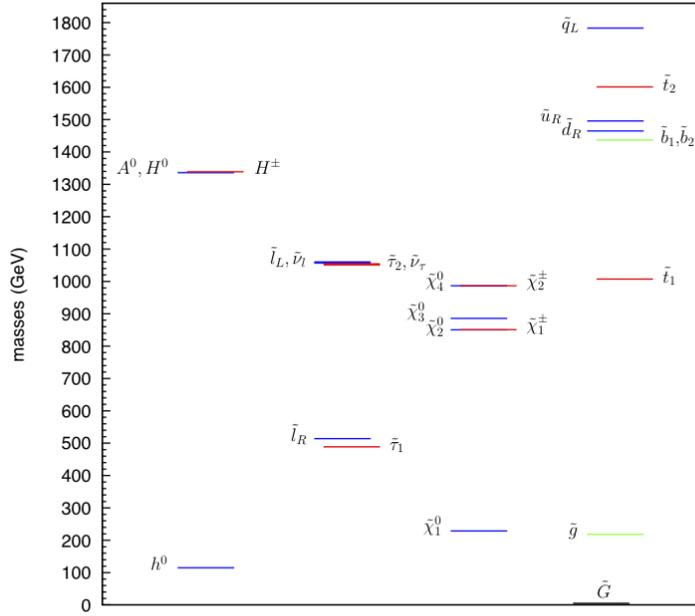


FIGURE 4.3 – Spectre de masse supersymétrique obtenus pour des messagers dans $(\mathbf{16}, \mathbf{16})$, $\Sigma = \mathbf{45}$, dans la direction B-L. $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_{B-L} = 10^{13} \text{GeV}$, $M_{\text{GM}} = 150 \text{GeV}$, $m_{3/2} = 70 \text{GeV}$, $\tan \beta = 15$.

avec “split supersymmetry”, dans laquelle le gluino a aussi un temps de vie assez long, mais la LSP est le neutralino le plus léger.

Le gluino va s’hadroniser et former des R -hadrons après avoir été produit aux collisionneurs. Si le R -hadron le plus léger est neutre, il s’échappera du détecteur en ne laissant qu’une petite fraction de l’énergie liée à l’événement. La signature correspondante, monojet + énergie manquante (liée à la production d’une paire de gluino associée à un jet à haute énergie transverse), nous permet de mettre une bonne inférieure $M_{\tilde{g}} > 210 \text{GeV}$ à partir des données du Tevatron [76]. Le LHC devrait aussi sonder des masses allant jusqu’à 1.1 TeV. Il y a aussi la possibilité que des R -hadrons neutres soient transformés en R -hadrons chargés et s’arrêtent dans le détecteur après avoir perdu leur énergie[77]. Les gluinos arrêtés vont finir par se désintégrer sans être synchronisés avec un croisement des faisceaux. La collaboration D0 a cherché de tels événements et mis une limite $M_{\tilde{g}} < 270 \text{GeV}$ pour $\tau_{\tilde{g}} < 3$ heures ; [78]. Cependant, cette limite ne s’applique pas à notre scénario, puisque $\tau_{\tilde{g}} \sim 10^7$ s.

Un tel temps de vie peut sembler inconsistant avec les contraintes de la BBN

si on prend en compte les effets des états liés sur la nucléosynthèse primordiale [79]. Dans ce cas, une contrainte plus forte, $\tau_{\tilde{g}} \lesssim 100$ s s'appliquerait. Cela laisserait penser que les corrections gravitationnelles sont petites, $m_{3/2} < 1$ GeV, et que la masse du gluino est générée par un autre type de contributions sous-dominantes. Dans ce cas, la limite trouvée par D0 s'applique.

Le LHC a déjà mis des contraintes bien plus fortes sur la masse du gluino, qui doit maintenant faire au moins 500 GeV. Il faudrait donc modifier ce modèle afin d'éviter cette nouvelle contrainte. Notons que les contraintes les plus fortes supposent l'universalité, qui n'est pas valable ici. Les contraintes plus faibles vérifient aussi des hypothèses théoriques, comme le fait d'un neutralino de masse nulle pour la limite de 725 GeV d'ATLAS [134], qui ne sont pas forcément valables dans ce modèle.

4.5 Spectres, un peu d'exhaustivité

4.5.1 SU(5) comme groupe de grande unification

Messagers couplés à un Higgs dans une **24**

Le cas du Higgs dans une **24** couplé à des messagers dans une $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou une $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ a déjà été traité précédemment, c'est celui du neutralino léger.

Messagers couplés à un Higgs dans une **75**

La seule représentation non triviale de $SU(5)$ à laquelle les messagers $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ peuvent coupler au niveau renormalisable est **24**. Des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ peuvent aussi coupler à une **75**. Nous considérons ici le cas où un multiplet de Higgs dans une **75**, décrit par un tenseur A_{kl}^{ij} avec deux indices contravariants et 2 indices contravariants ($i, j, k, l = 1 \dots 5$), est utilisé pour briser $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Sa vev vaut alors $\langle A_{kl}^{ij} \rangle = V \epsilon_{kl}^{ij}$, avec [107] :

$$\begin{aligned} \epsilon_{kl}^{ij} = & 6(\delta_4^i \delta_5^j - \delta_5^i \delta_4^j)(\delta_k^4 \delta_l^5 - \delta_k^5 \delta_l^4) - 2\delta_k^i (\delta_4^j \delta_l^4 + \delta_5^j \delta_l^5) + 2\delta_k^j (\delta_4^i \delta_l^4 + \delta_5^i \delta_l^5) \\ & + 2\delta_l^i (\delta_4^j \delta_k^4 + \delta_5^j \delta_k^5) - 2\delta_l^j (\delta_4^i \delta_k^4 + \delta_5^i \delta_k^5) + \delta_k^i \delta_l^j - \delta_l^i \delta_k^j. \end{aligned} \quad (4.57)$$

Coupler cette vev à une paire de champs messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ induit la différence de masse suivante parmi leurs composants $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$:

$$\phi_i = (\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{3,1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}), \quad M_i = (-4\lambda_\Sigma V, 4\lambda_\Sigma V, 12\lambda_\Sigma V). \quad (4.58)$$

Pour calculer la masse des jauginos, il suffit de mettre (4.58) dans (4.25) :

$$M_1 = \frac{9}{20} \frac{\alpha_1}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_2 = -\frac{3}{4} \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = -\frac{1}{4} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda, \quad (4.59)$$

Ceci nous amène à une hiérarchie inversée entre le wino et le gluino à l'échelle électrofaible.

Ici, la LSP est le gravitino, comme d'habitude, et dans la plupart des cas, la NLSP est le neutralino le plus léger (pour de grandes valeurs de $\tan\beta$, c'est parfois le stau le plus léger qui fait office de NLSP).

Les masses des scalaires sont toujours données par (4.43), et les coefficients d_χ^a sont cette fois référencés dans le tableau 4.5.

d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
Q	1/2	9/32	29/7200
U^c	1/2	0	29/450
D^c	1/2	0	29/1800
L	0	9/32	29/800
E^c	0	0	29/200
H_u, H_d	0	9/32	29/800

TABLE 4.5 – Coefficients d_χ^a pour des messages dans une $\mathbf{10} \oplus \overline{\mathbf{10}}$ $SU(5)$ couplé à un multiplet de Higgs dans une $\mathbf{75}$.

Le spectre supersymétrique physique, évalué avec SUSPECT pour $N_m = 1$, $M_{\text{GM}} = 1700\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 20$ et $\text{sign}(\mu) = +$, est donné dans le tableau 4.6.

Ce qui est marquant dans ce spectre, c'est la présence d'un gluino relativement léger, plus léger que le chargino le plus léger ou que le second neutralino. Cela permet de réduire le fine-tuning dans le potentiel de Higgs, et ce malgré un spectre relativement lourd. Le chargino le plus léger ainsi que les second et troisième neutralinos sont principalement higgsinos, alors que le chargino le plus lourd est principalement composé de wino.

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
114.8	1037	1037	1040	727.8	855.4	263.5	726.8	757.5	855.1	632.2
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
1028	1417	1357	1554	1300	1410	1341	1556			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
329.0	815.8	358.5	820.8	811.3	817.1					

TABLE 4.6 – Spectre supersymétrique pour le cas d'une paire de messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$, couplés à un Higgs dans la représentation $\mathbf{75}$ de $SU(5)$, pour $M_{\text{GM}} = 1700\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 20$ et $\mu > 0$ (toutes les masses sont en GeV).

Comme le gravitino est la LSP, la NLSP a une longue durée de vie, et ses désintégrations tardives peuvent détruire les prédictions de la nucléosynthèse primordiale (Big Bang Nucleosynthesis-BBN) [62]. Les contraintes de la BBN sont particulièrement fortes pour une NSLP principalement composée de bino,

car celui-ci a de larges rapports d'embranchement hadroniques venant du mode de désintégration $\tilde{B} \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}$. Ceux-ci mènent à une hadro-dissociation des éléments légers synthétisés. Pour une masse du bino autour de 230 GeV, comme dans le spectre du tableau 4.6, ces contraintes peuvent être contournées si la masse du gravitino est plus petite que quelques 0.1 GeV [113]. Une valeur aussi petite de $m_{3/2}$ n'est possible que pour une échelle de messagers de l'ordre de 10^{11} GeV, sachant que :

$$M_{\text{mess}} = 1.1 \times 10^{11} \text{GeV} \left(\frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{0.05} \right) \left(\frac{1.5 \text{TeV}}{M_{\text{GM}}} \right) \left(\frac{\lambda_X}{10^{-2}} \right) \left(\frac{m_{3/2}}{0.25 \text{GeV}} \right), \quad (4.60)$$

où $M_{\text{mess}} \equiv 4\lambda_\Sigma V$.

Une analyse plus détaillée donne une limite plus forte, $m_{3/2} \lesssim 0.01 \text{GeV}$ [74]. Elle est cependant relâchée par les cohannihilations $\tilde{\tau}_1 - \tilde{\chi}_1^0$, qui réduisent la densité relique en bino.

Étant la LSP, le gravitino est un candidat naturel à la matière noire froide, et un choix adéquat de la température de reheating après inflation permet à sa densité relique de tomber dans l'intervalle autorisé par WMAP [84].

4.5.2 $SU(5)$ flippé comme groupe de grande unification

Nous regardons ici le cas où le groupe de grande unification est $SU(5)$ flippé : $SU(5) \times U(1)_X$ [114].

Du point de vue de la théorie des champs, ce modèle met en oeuvre le mécanisme du partenaire manquant pour le doublet-triplet splitting. Du point de la théorie des cordes, c'est une construction naturelle liée aux groupes de grande unification, obtenue via les cordes hétérotiques et la F-théorie. Dans les constructions les plus simples, on n'a pas besoin de Higgs appartenant à l'adjoint du groupe afin de briser le groupe de grande unification.

La matière est contenue dans les représentations suivantes

$$\mathbf{10}_1 = (Q, D, N) \quad , \quad \bar{\mathbf{5}}_{-3} = (L, U) \quad , \quad \mathbf{1}_5 = E \quad , \quad (4.61)$$

On peut le voir comme les restes d'une $\mathbf{16}$ de $SO(10)$ décomposée sous $SU(5) \times U(1)_X$.

Le secteur de Higgs est décrit par

$$\Sigma \quad , \quad \bar{\Sigma} = \mathbf{10}_1 \oplus \bar{\mathbf{10}}_{-1} \quad , \quad H \quad , \quad \bar{H} = \mathbf{5}_{-2} \oplus \bar{\mathbf{5}}_2 \quad . \quad (4.62)$$

La brisure de $SU(5) \times U(1)_X \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ est réalisée via $\langle \Sigma \rangle = \langle N_\Sigma \rangle \neq 0$. On essaie maintenant d'introduire des représentations de messagers de faible dimension, $\mathbf{5}_M - \bar{\mathbf{5}}_M$ and $\mathbf{10}_M - \bar{\mathbf{10}}_M$, couplant aux champs de Higgs $\Sigma, \bar{\Sigma}$.

Les seuls couplages renormalisables permis sont

$$\Sigma \bar{H} \bar{\mathbf{5}}_M \quad , \quad \Sigma \bar{\mathbf{5}}_M \bar{\mathbf{5}}'_M \quad , \quad \Sigma H \mathbf{10}_M \quad . \quad (4.63)$$

Le premier couplage doit être interdit car il donne une grande masse à l'un des doublets des Higgs du MSSM⁴. Les deux autres opérateurs ne donnent pas des masses à tous les champs messagers. Afin de rester simple, nous ne considérerons que le cas dans lequel tous les messagers d'une représentation prennent des masses via le couplage aux Higgs du secteur de grande unification. Pour cela, il faut regarder les couplages non-renormalisables. Les opérateurs d'ordre les plus bas composés à partir de Higgs sont

$$\begin{aligned}\Sigma \otimes \Sigma &= \bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{50}, \\ \Sigma \otimes \bar{\Sigma} &= \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75} .\end{aligned}\tag{4.64}$$

La seule contribution à la masse provenant de la première ligne de (4.64) est $\mathbf{50}$, et cela ne convient pas car cela ne donne une masse qu'à N_Σ . Les opérateurs de la seconde ligne de (4.64) sont tous valables, eux. Le singlet donne la médiation de jauge minimale (standard) [116], le second $\mathbf{24}$ a été discuté en détails dans la partie 4.4.1, et le troisième $\mathbf{75}$ a été discuté dans la section 4.5.1.

4.5.3 $SO(10)$ comme groupe de grande unification

Messagers dans des représentations $\mathbf{10}$

On regarde ici le cas du groupe de grande unification $SO(10)$, avec des messagers dans la représentation vectorielle $\mathbf{10}$.

S'il n'y a qu'un seul messager, le produit antisymétrique $(\mathbf{10} \otimes \mathbf{10})_a$ s'annule, donc il ne peut coupler qu'à un Higgs dans une $\mathbf{54}$.

S'il y a au moins deux champs messagers dans $\mathbf{10}$ et $\mathbf{10}'$, on peut écrire $\mathbf{10} \mathbf{10}' \mathbf{54}$ comme $\mathbf{10} \mathbf{10}' \mathbf{45}$.

Comme $\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s$, les messagers peuvent coupler avec l'adjoint de $SO(10)$ $\mathbf{45}$ ou avec un multiplet de Higgs dans $\mathbf{54}$. Ces deux higgs interviennent dans les chaînes de brisure qui font passer $SO(10)$ vers $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, souvent combinés ensemble.

Le cas où le Higgs est dans une $\mathbf{54}$ est similaire à l'étude faite dans le cas $SU(5)$ avec des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$.

Dans le cas des messagers dans une $\mathbf{45}$, il faut deux messagers distincts dans une $\mathbf{10}_M$ et une $\mathbf{10}'_M$ ⁵. La $\mathbf{45}$ a deux vevs singlets sous le modèle standard, dans les directions $B - L$ et T_{3R} .

Nous n'avons pas réussi à produire des cas viables dans le premier cas, et le second cas a déjà été étudié dans la section précédente.

4. il y a aussi des opérateurs qui mélangent les champs de matière avec les messagers, $\Sigma \bar{\mathbf{5}}_i \bar{\mathbf{5}}_M$, $\Sigma \mathbf{10}_i \mathbf{5}_M$, avec $i = 1, 2, 3$ l'indice de famille. Leur interdiction donne des contraintes supplémentaires sur les charges $U(1)_X$ des messagers .

5. La représentation adjointe apparaît dans le produit antisymétrique de deux représentations vectorielles

Un seul champ messager dans une représentation $\mathbf{10}$

Nous détaillons ici un peu l'argument donné ci-dessus dans le cas de messagers dans une représentation $\mathbf{10}$ de $SO(10)$. Le superpotentiel vaut

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}_M + \lambda_{54} \mathbf{10}_M \mathbf{54} \mathbf{10}_M. \quad (4.65)$$

Les vev de la $\mathbf{54}$ invariantes sous Pati-Salam sont

$$\langle \mathbf{54} \rangle = V_{54} \begin{pmatrix} 2 \mathbf{I}_6 & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 6} & -3 \mathbf{I}_4 \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

Elles séparent les masses des composants $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ de $\mathbf{10}_M$ de la manière suivante :

$$\mathbf{10}_M = \{\phi_{6,1,1}, \phi_{1,2,2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_{54} V_{54}, -3\lambda_{54} V_{54}\}, \quad (4.67)$$

où les indices renvoient aux représentations sous le groupe de Pati-Salam $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$.

Comme la $\mathbf{6}$ de $SU(4)$ se décompose comme $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, +1/3) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)$ sous $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, cela donne exactement les mêmes résultats que lorsqu'on a une paire de messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ couplée à un adjoint de $SU(5)$.

En particulier, les masses de bino proviennent des contributions sous dominantes aux termes softs, permettant un neutralino léger LSP. Le spectre supersymétrique est le même que celui décrit dans la section précédente.

Plusieurs messagers dans des représentations $\mathbf{10}$

Lorsqu'il y a plusieurs champs messagers dans des représentations $\mathbf{10}$, on peut coupler antisymétriquement les messagers avec un Higgs dans une $\mathbf{45}$.

Nous formalisons et développons ici le cas de deux champs messagers $\mathbf{10}_M$ et $\mathbf{10}'_M$ couplé à une $\mathbf{45}$:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (4.68)$$

Comme on a imposé une symétrie \mathbf{Z}_4 comme définie en (4.31), on n'a pas de terme du type $X \mathbf{10}_M \mathbf{10}_M$ et $X \mathbf{10}'_M \mathbf{10}'_M$ dans W_{mess} .

La différence de masse entre les multiplets de messagers dépend de l'orientation de la vev du $\mathbf{45}$.

On décompose $\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$ comme

$$\mathbf{10}_M = (D_M, L_M) \oplus (\bar{D}_M, \bar{L}_M), \quad \mathbf{10}'_M = (D'_M, L'_M) \oplus (\bar{D}'_M, \bar{L}'_M), \quad (4.69)$$

où $D_M \equiv \phi_{\bar{3},1,+1/3}$, $\bar{D}_M \equiv \phi_{3,1,-1/3}$, $L_M \equiv \phi_{1,2,-1/2}$, $\bar{L}_M \equiv \phi_{1,2,+1/2}$ (et de même pour les champs primés), on obtient :

$$\mathbf{10}_M \langle \mathbf{45} \rangle \mathbf{10}'_M = x_D V_{45} (D'_M \bar{D}_M - D_M \bar{D}'_M) + x_L V_{45} (L'_M \bar{L}_M - L_M \bar{L}'_M), \quad (4.70)$$

avec les coefficients x_D et x_L donnés dans le tableau 4.7.

direction de (45)	x_D	x_L
$B - L$	$2/3$	0
T_{3R}	0	$-1/2$
Y	$1/3$	$-1/2$
X	-2	-2

TABLE 4.7 – Coefficients x_D et x_L de l'équation (4.70) pour différentes orientations de la vev **45**.

Le signe relatif des masses entre les deux paires de doublets (ou triplets) de messagers mène à une annulation entre leur contribution à la masse des messagers. S'il n'y avait pas d'autres contributions à la masse des messagers et pas de corrections de supergravité, cela donnerait des jauginos sans masse.

Les corrections peuvent venir

- d'un couplage entre un Higgs dans une **54** ($\lambda_{54} \mathbf{10}_M \mathbf{54} \mathbf{10}'_M$)
- d'une vev $X_0 \neq 0$ pour la composante la plus basse de X ,
- d'un terme de masse direct $M \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$
- d'opérateurs non renormalisables

On paramétrise ces contributions sous dominantes via deux paramètres de masse, M_D et M_L , ce qui permet d'écrire les masses des messagers comme :

$$(M_D + x_D \lambda_{45} V_{45}) D'_M \bar{D}_M + (M_D - x_D \lambda_{45} V_{45}) D_M \bar{D}'_M \\ + (M_L + x_L \lambda_{45} V_{45}) L'_M \bar{L}_M + (M_L - x_L \lambda_{45} V_{45}) L_M \bar{L}'_M. \quad (4.71)$$

S'il y a une invariance sous $SO(10)$, on prend $M_D = M_L \equiv M$.

Comme $M_D, M_L \ll \lambda_{45} V_{45}$, on peut développer la masse du jaugino par rapport aux paramètres $\epsilon_D \equiv M_D / (\lambda_{45} V_{45})$ et $\epsilon_L \equiv M_L / (\lambda_{45} V_{45})$:

$$M_3 \simeq 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D \left\{ \delta_D - (1 - \delta_D) \frac{\epsilon_D^2}{x_D^2} \right\}, \\ M_2 \simeq 2 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L \left\{ \delta_L - (1 - \delta_L) \frac{\epsilon_L^2}{x_L^2} \right\}, \quad (4.72) \\ M_1 \simeq \frac{12}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \left\{ \frac{\Lambda_D}{3} \left[\delta_D - (1 - \delta_D) \frac{\epsilon_D^2}{x_D^2} \right] + \frac{\Lambda_L}{2} \left[\delta_L - (1 - \delta_L) \frac{\epsilon_L^2}{x_L^2} \right] \right\},$$

avec

$$\Lambda_D \equiv \frac{\lambda_X F_X}{M_D}, \quad \epsilon_D \equiv \frac{M_D}{\lambda_{45} V_{45}}, \quad \delta_D = \begin{cases} 1 & \text{si } x_D = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (4.73)$$

et de même pour Λ_L , ϵ_L , δ_L en remplaçant (M_L, x_L) par (M_D, x_D) .

En faisant le même développement, on obtient l'expression suivante pour les masses des scalaires à l'ordre dominant :

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^{\mathbf{3}} \left(\frac{\alpha_3}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2 \left[\delta_D + \frac{1-\delta_D}{x_D^2} |\epsilon_D|^2 \right] + 3\delta_\chi^{\mathbf{2}} \left(\frac{\alpha_2}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_L|^2 \left[\delta_L + \frac{1-\delta_L}{x_L^2} |\epsilon_L|^2 \right] + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{3} |\Lambda_D|^2 \left[\delta_D + \frac{1-\delta_D}{x_D^2} |\epsilon_D|^2 \right] + \frac{1}{2} |\Lambda_L|^2 \left[\delta_L + \frac{1-\delta_L}{x_L^2} |\epsilon_L|^2 \right] \right\}, \quad (4.74)$$

où $\delta_\chi^{\mathbf{3}} = 1$ si χ se trouve dans la représentation (anti-)fondamentale de $SU(3)_C$ et $\delta_\chi^{\mathbf{3}} = 0$ autrement, et de même pour $\delta_\chi^{\mathbf{2}}$.

On peut maintenant appliquer les formules (4.72) et (4.74) à quelques orientations particulières de la vev de la **45**.

Les paramètres utilisés dans l'exemple étudié précédemment ont été définis comme suit.

De manière générale, on peut écrire

$$M_1 \simeq \frac{4}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda_D, \quad M_2 \simeq -8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L \epsilon_L^2, \quad M_3 = 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D, \quad (4.75)$$

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^{\mathbf{3}} \left(\frac{\alpha_3}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2 + 12 \delta_\chi^{\mathbf{2}} \left(\frac{\alpha_2}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_L|^2 |\epsilon_L|^2 + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{3} |\Lambda_D|^2 + 2 |\Lambda_L|^2 |\epsilon_L|^2 \right]. \quad (4.76)$$

Pour $|\epsilon_L| \lesssim 0.2 \sqrt{|\Lambda_D/\Lambda_L|}$, le wino est plus léger que le bino et est souvent la NLSP. Le gravitino est toujours la LSP.

Pour $\Lambda_D = \Lambda_L$ et $\epsilon_L = 1/6$, les masses des jauginos sont données par

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{13}{20} : -\frac{1}{4} : 2, \quad (4.77)$$

et les masses des scalaires par :

$$m_\chi^2 = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2, \quad (4.78)$$

avec les coefficients d_χ^a du tableau 4.3.

On retrouve le cas dont la physique a été discuté auparavant, et dont on peut trouver une illustration dans le tableau (4.4) et la figure (4.3).

(i) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{B-L}$

Dans ce cas, la vev de la **45** ne contribue pas aux masses des doublets ($x_L = 0$). Les triplets contenus dans les champs messagers sont plus lourds que ces derniers.

En conséquence, les masses des gluinos et des squarks singlets sont supprimés par un facteur ϵ_D^2 par rapport aux autres masses softs :

$$M_1 \simeq \frac{6}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda_L, \quad M_2 = 2 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L, \quad M_3 \simeq -\frac{9}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D \epsilon_D^2, \quad (4.79)$$

$$m_\chi^2 \simeq 12 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_D|^2 |\epsilon_D|^2 + 3 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_L|^2 + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \left[\frac{3}{4} |\Lambda_D|^2 |\epsilon_D|^2 + \frac{1}{2} |\Lambda_L|^2 \right]. \quad (4.80)$$

À cause de la hiérarchie entre les masses des squark doublet et singlet, le couplage de Yukawa du top quark amène $m_{U^c}^2$ à des valeurs négatives à l'échelle électrofaible, développant un tachyon dans le secteur du stop. Ni une petite masse de gluino, ni un ϵ_D allant jusqu'à 1/4 ne suffit pas à compenser cet effet.

Le cas $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{B-L}$ n'est donc pas viable.

(ii) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{3R}$

Ce cas a déjà été traité dans la section (4.4.2). C'est celui du wino léger et NLSP.

(iii) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_Y$

Dans ce cas, on a

$$M_1 \simeq -\frac{12}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda (3\epsilon_D + 2\epsilon_L), \quad M_2 \simeq -8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda \epsilon_L, \quad M_3 = -18 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon_D, \quad (4.81)$$

$$m_\chi^2 \simeq 12 \left[4 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{6}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.82)$$

où $\Lambda \equiv \lambda_X F_X / (\lambda_{45} V_{45})$. Comme on a supposé $\epsilon_D, \epsilon_L \ll 1$, ce scénario présente des masses de jauginos qui sont toutes petites devant les masses des scalaires.

Si les corrections sous dominantes aux masses de messagers sont invariantes sous SO(10), $\epsilon_D = \epsilon_L$ et les masses des jauginos vérifient les ratios suivants :

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = -6 : -4 : -9. \quad (4.83)$$

(iv) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_X$

Comme dans le cas précédent, les masses des jauginos sont supprimées par rapport aux masses des scalaires :

$$M_1 \simeq -\frac{3}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda \left(\frac{1}{3} \epsilon_D + \frac{1}{2} \epsilon_L \right), \quad M_2 \simeq -\frac{1}{2} \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda \epsilon_L, \quad M_3 = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon_D, \quad (4.84)$$

$$m_\chi^2 \simeq \left[\frac{4}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{4} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2. \quad (4.85)$$

À l'ordre dominant, les masses des scalaires ont les mêmes ratios que dans la version minimale de la médiation de jauge. Cela provient du fait que les termes qui génèrent la majeure partie des masses sont invariants sous $SU(5)$. Si toutes les contributions, même sous-dominantes, sont invariantes sous $SU(5)$ (soit $\epsilon_D = \epsilon_L$), les masses de jauginos respectent les ratios de la médiation de jauge minimale, c'est-à-dire $M_1 : M_2 : M_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$.

Messagers dans des représentations ($\mathbf{16}$, $\overline{\mathbf{16}}$)

, higgs dans une des $\langle 45 \rangle$ possibles

On regarde maintenant le cas où les messagers sont dans la représentation $\mathbf{16} \oplus \overline{\mathbf{16}}$. Comme le produit $\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}}$ contient la représentation adjointe, on peut écrire le superpotentiel suivant :

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{16}_M + \lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M. \quad (4.86)$$

Comme dans les sections précédentes, nous supposons que la contribution dominante aux masses des messagers vient des vev de $\mathbf{45}$, avec de possibles contributions sous-dominantes venant de $X_0 \neq 0$ ou d'un terme de masse directe $M \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{16}_M$ (qui ne soit pas contenue dans W_{mess}). Décomposant $\mathbf{16}_M$ en :

$$\mathbf{16}_M = (Q_M, U_M, D_M, L_M, E_M, N_M), \quad (4.87)$$

où $Q_M \equiv \phi_{3,2,+1/6}$, $U_M \equiv \phi_{\overline{3},1,-2/3}$, $D_M \equiv \phi_{\overline{3},1,+1/3}$, $L_M \equiv \phi_{1,2,-1/2}$, $E_M \equiv \phi_{1,1,+1}$, $N_M \equiv \phi_{1,1,0}$ (et de même pour son partenaire vectoriel $\overline{\mathbf{16}}_M$), on obtient :

$$\overline{\mathbf{16}}_M \langle \mathbf{45} \rangle \mathbf{16}_M = \sum_{R=Q,U,D,L,E,N} x_R V_{45} \bar{R}_M R_M, \quad (4.88)$$

avec les coefficients x_R donnés dans le tableau 4.8. Les masses de messagers peuvent donc être écrites comme :

$$\sum_{R=Q,U,D,L,E,N} (M_R + x_R \lambda_{45} V_{45}) \bar{R}_M R_M, \quad (4.89)$$

où les M_R ($M_R \ll \lambda_{45} V_{45}$) paramétrisent les potentielles contributions sous-dominantes. Quand ces dernières sont pertinentes (en particulier quand certains x_R sont nuls, auquel cas M_R ne peut être négligé), cela peut être utile

orientation dela $\langle 45 \rangle$	x_Q	x_U	x_D	x_L	x_E	x_N
$B-L$	1/3	-1/3	-1/3	-1	1	1
T_{3R}	0	-1/2	1/2	0	1/2	-1/2
Y	1/6	-2/3	1/3	-1/2	1	0
X	-1	-1	3	3	-1	5

TABLE 4.8 – Coefficients x_R de l'équation (4.88) pour les différentes orientations de la vev $\mathbf{45}$.

de développer la masse des jauginos et des scalaires par rapport aux petits paramètres $\epsilon_R \equiv M_R/(\lambda_{45}V_{45})$:

$$M_a \simeq \frac{\alpha_a}{4\pi} \sum_R 2T_a(R)\Lambda_R \left\{ \delta_R + (1 - \delta_R) \frac{\epsilon_R}{x_R} \left(1 - \frac{\epsilon_R}{x_R} \right) \right\}, \quad (4.90)$$

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_R 2T_a(R) |\Lambda_R|^2 \left\{ \delta_R + (1 - \delta_R) \frac{|\epsilon_R|^2}{x_R^2} \right\}. \quad (4.91)$$

où

$$\Lambda_R \equiv \frac{\lambda_X F_X}{M_R}, \quad \epsilon_R \equiv \frac{M_R}{\lambda_{45}V_{45}}, \quad \delta_R = \begin{cases} 1 & \text{si } x_R = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (4.92)$$

(i) **Couplage** $\lambda_{45}\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45}T_{B-L}$

Le cas a été traité dans la section (4.4.3). C'est celui du gluino léger.

(ii) **Couplage** $\lambda_{45}\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45}T_{3R}$

Comme $x_Q = x_L = 0$, les messagers (Q_M, \bar{Q}_M) et (L_M, \bar{L}_M) ne reçoivent pas de contribution à leurs masses de la part du Higgs $\mathbf{45}$ dans ce cas, mais de la part de contributions sous-dominantes M_Q et M_L . Les masses softs des jauginos et des scalaires sont données via (4.90) et (4.91) par :

$$M_1 \simeq \frac{1}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} (\Lambda_Q + 3\Lambda_L), \quad M_2 \simeq \frac{\alpha_2}{4\pi} (3\Lambda_Q + \Lambda_L), \quad M_3 = 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_Q, \quad (4.93)$$

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 (1 + 4|\epsilon_Q|^2) |\Lambda_Q|^2 + \frac{3}{2} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 (3|\Lambda_Q|^2 + |\Lambda_L|^2) + \frac{6}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 [(1 + 64|\epsilon_Q|^2) |\Lambda_Q|^2 + 3|\Lambda_L|^2] \quad (4.94)$$

Si les contributions sous-dominantes à la masse des messagers sont invariantes sous $SO(10)$, $\Lambda_Q = \Lambda_L$ et les ratios des masses des jauginos sont données par :

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{4}{5} : 4 : 2, \quad (4.95)$$

et les masses des scalaires par :

$$m_\chi^2 \simeq \left[\frac{16}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 (1 + 4|\epsilon_Q|^2) + 6\delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{24}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 (1 + 16|\epsilon_Q|^2) \right] |\Lambda_Q|^2 \quad (4.96)$$

(iii) Couplage $\lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_Y$

Dans ce cas, on a, pour $M_R = 0$:

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 16 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda, \quad M_3 = \frac{27}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda, \quad (4.97)$$

$$m_\chi^2 = 2 \left[111 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + 84 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{54}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.98)$$

où $M_1 = 0$ est, comme dans le cas de $SU(5)$, une conséquence du fait que la vev du Higgs dans l'adjoint du groupe de grande unification est dans la direction de l'hypercharge. La masse du bino provient des contributions gravitationnelles ou sous-dominantes des masses des messagers. Dans le dernier cas, on a :

$$M_1 \simeq -\frac{6}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} (6\epsilon_Q + 3\epsilon_U + 3\epsilon_D + 2\epsilon_L + \epsilon_E) \Lambda, \quad (4.99)$$

Si les contributions sous dominantes aux masses des messagers sont invariantes sous $SO(10)$, ceci se simplifie en $M_1 \simeq -18(\alpha_1/4\pi)\Lambda\epsilon$

Si les corrections de supergravité dominant, $M_1(M_{\text{mess}}) \approx m_{3/2}$ donne $M_1 \approx 0.5m_{3/2}$ à l'échelle électrofaible.

Comme pour le cas $SU(5)$ avec des messagers couplant à une $\mathbf{24}$, ce cas est caractérisé par un bino léger LSP, le reste du spectre étant différent toutefois.

(iv) Couplage $\lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_X$

Comme le générateur T_X de $SO(10)$ commute avec tous les générateurs de $SU(5)$, les masses des messagers sont invariants sous $SU(5)$ et ce cas se ramène à celui de la médiation de jauge minimale. Plus précisément, le secteur des messagers est composé d'une paire de $(\mathbf{5}, \overline{\mathbf{5}})$ et de $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ avec pour masses $M_5 = -3M_{10}$.

Cela donne des masses de jauginos vérifiant

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3} = -\frac{8}{3} \frac{\Lambda}{4\pi}, \quad (4.100)$$

Les masses des scalaires, elles, vérifient

$$m_\chi^2 \simeq \frac{56}{9} \left[\frac{4}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{4} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2. \quad (4.101)$$

4.6 Conclusions

Les modèles de supersymétrie qui considèrent à la fois l'existence d'un secteur de grande unification et d'une médiation de jauge pour la brisure de supersymétrie peuvent facilement posséder des spectres atypiques. Le rapport des masses de gauginos sera une des clés pour comprendre la structure sous-jacente du modèle. Ceci permettra de favoriser les modèles possédant les groupes de grande unification et les représentations adéquates. Les spectres peuvent avoir des caractéristiques peu ordinaires pour une médiation de jauge, comme un neutralino léger LSP, ou un wino/gluino NSLP. Les contraintes expérimentales font du cas neutralino LSP le scénario le plus intéressant à étudier.

	H	$\phi & \tilde{\phi}$	$\frac{M_3}{\alpha_3} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_1}{\alpha_1}$	Propriétés remarquables
mSUGRA			1 : 1 : 1	
mGM			1 : 1 : 1	
$SU(5)$	24	5 & $\bar{5}$	1 : -2/3 : ϵ	neutralino LSP, sleptons légers, $T_R \leq 10^{5-6}$ GeV,
		10 & $\bar{10}$	1 : 12/7 : ϵ	changements de saveur ok à part chez les leptons
	75	10 & $\bar{10}$	1 : 3 : -9/5	
$SU(5) \times U(1)_X$			combinaisons de cas déjà étudiés	
$SO(10)$	54	10 & 10	1 : -2/3 : ϵ	Cas du neutralino léger
	45 $\sim T_{3R}$	10 & 10'	13/20 : -1/4 : 2	wino NSLP, $\tau 10^{4-5}$ s, sleptons légers, sparticules colorées lourdes, $M_{3/2} \sim$ GeV
		16 & $\bar{16}$	$\frac{4}{5} : 4 : 2$	
	45 $\sim T_{B-L}$	10 & 10'	$-\frac{3}{5} : 1 : \epsilon$	gluinos légers
		16 & $\bar{16}$	6 : 4 : 9	pas viable
	45 $\sim T_Y$	10 & 10'	$\epsilon : 16 : \frac{27}{2}$	neutralino léger LSP
		16 & $\bar{16}$		
	45 $\sim T_X$	10 & 10'	1 : 1 : 1	
16 & $\bar{16}$		1 : 1 : 1		

FIGURE 4.4 – Sommaire des propriétés des modèles de grande unification avec messagers suivant les groupes et les représentations choisies.

Chapitre 5

Modèles de Saveurs

5.1 Introduction, problématique et plan

L'étude du domaine des saveurs est vaste et complexe¹. Le modèle standard décrit très bien la suppression des changements de saveur dans les courants neutres (notés FCNCs pour Flavor Changing Neutral Currents) et les processus violant CP. Cependant, ces explications reposent sur les matrices de masses obtenues expérimentalement. Pour les extensions du modèle standard telles que la supersymétrie, on ne peut pas (encore) reposer sur l'expérience. Lorsqu'on écrit des modèles pour prédire les masses des particules, il faut donc s'assurer qu'ils n'entraînent pas d'effets de saveur en contradiction avec les données expérimentales actuelles. On cherche donc à expliquer l'origine des couplages de Yukawa et l'explication au problème de hiérarchie, tout en expliquant l'absence de FCNCs observés ou de violation de CP.

5.1.1 Deux approches différentes pour la saveur

Nous nous limiterons ici à la comparaison de deux types de modèles différents, aux prédictions proches.

Le premier considère une ou des symétries agissant sur les trois familles du modèle standard. On parle de symétries "horizontales". Lorsque celles-ci sont brisées, elles génèrent une hiérarchie pour les couplages de Yukawas engendrés. Le modèle de Froggatt-Nielsen (FN), dans lequel la symétrie $U(1)$ de saveur est jaugée, est une illustration classique de ce genre d'idées. Ces symétries peuvent être non-abéliennes. Ces scénarios peuvent être compatibles avec les limites des FCNCs et de la violation de CP sous réserve de :

- avoir une masse de fermions assez lourde, causant des problèmes de petite hiérarchie
- se placer dans une région restreinte parmi les paramètres supersymétriques disponibles, ou faire des hypothèses supplémentaires, comme l'alignement

1. Pour changer.

ou la violation de saveur minale dite MFV par exemple [33, 122, 127] (voir [128] pour une discussion récente).

En général, les contraintes sont difficiles à satisfaire et les FCNCs sont prédits proches des limites actuelles.

Dans le second type de modèles, les hiérarchies proviennent d'une forte renormalisation des fonctions d'onde (modèles noté WFR, pour wave fonction renormalisation). Celles-ci peuvent provenir

- de l'évolution du groupe de renormalisation vers une échelle M située quelques ordres de grandeur en dessous de l'échelle fondamentale M_0 . Dans notre exemple, on aura $M_0 = M_P$ et $M = \Lambda_{GUT}$. On peut très bien aussi avoir $M_0 = M_p$ ou Λ_{GUT} et $M = M_{SUSY}$. On peut coupler le MSSM à un secteur conforme afin de générer de larges dimensions anomales pour les champs de matière [129, 131, 132]
- d'une dimension supplémentaire dans laquelle sont répartis les champs de matières [133, 86]. Cette idée a été largement considérée pour régler la question de la saveur dans le cadre de modèles non supersymétriques de type Randall-Sundrum, avec des dimensions supplémentaires fortement courbées [87].

On sait que ces deux cas sont souvent duaux. Ainsi, un modèle type comme celui de Nelson-Strassler [129] [132] permet de générer des fonctions d'ondes hiérarchiques, avec des Yukawas corrects et en supprimant les FCNCs.

5.1.2 Des prédictions proches

Ces deux types de modèles cherchent à résoudre la question de la hiérarchie de masse chez les fermions, ainsi qu'à comprendre pourquoi les FCNCs sont supprimés en supersymétrie [117, 33, 119, 120, 121, 122, 123, 124].

Comme cela a été déjà dit dans le papier initial de Nelson et Strassler, les prédictions d'un modèle utilisant un mécanisme de WFR supersymétrique ressemblent à des modèles de saveur reposant sur le mécanisme de FN, avec des symétries horizontales abéliennes, des fermions du MS portant des charges du même signe et avec un seul champ familon.

Effectivement, les prédictions des deux approches pour les matrices de Yukawa sont identiques, une fois faite l'identification entre les différents paramètres.

Cela permet de construire des modèles de WFR viables. En effet, il y a un nombre limité de modèles supersymétriques de type FN avec

- des symétries horizontales abéliennes
- un seul champ familon
- tous les fermions ayant des charges du même signe
- sans anomalie de jauge
- qui arrivent à rendre compte correctement des masses et mélanges des quarks et leptons.

Chaque choix de charges horizontales peut être mise en relation avec des valeurs d'un modèle de WFR, les deux modèles donnant les même prédictions pour les matrices de Yukawa.

On peut donc se baser sur le travail déjà accompli sur les modèles de FN qui marchent pour identifier ceux de WFR qui vont le faire.

Au delà de masses de fermions identiques, nous nous proposons de pousser la comparaison entre ces deux types de modèles aux masses des scalaires.

Les deux modèles prédisent des matrices de masses similaires pour les fermions. Cependant, les changements de saveur dans les courants neutres sont mieux supprimés dans le cas des modèles de type Nelson-Strassler.

Nous verrons également que les deux modèles satisfont une même contrainte pour deux raisons apparemment très différentes :

- Dans le cas des symétries de jauge dans un modèle à 4D, il faut veiller à l’annulation des anomalies de jauge.
- Dans les cas des modèles de type Nelson-Strassler, on impose l’unification des couplages de jauge.

Le fait que les modèles de type WFR subissent des contraintes similaires à celles de FN laisse à penser que l’ensemble des Yukawas générés par les deux approches pourrait être le même.

5.1.3 Des différences au niveau de la saveur

Pour appréhender les différences entre les deux modèles, nous aborderons la construction d’un modèle simple avec une dimension en plus dans lequel les fonctions d’ondes sont hiérarchiques. Dans celui-ci, les courants neutres leptoniques seront supprimés grâce à un couplage fort (CFT) générant la masse de l’électron.

On connaît le lagrangien effectif du modèle standard obtenu après intégration des degrés de libertés supersymétriques [88]. L’importance des FCNCs et de la violation CP à l’échelle électrofaible est déterminée par les coefficients de ses opérateurs de dimension 6. Nous verrons que les facteurs de suppression de certains opérateurs de dimension 6 seront assez différents dans les deux types de modèles.

Si les masses générées semblent être les mêmes dans les modèles de type FN et NS, il est intéressant de les comparer en détails, en particulier au niveau de la suppression des FCNCs et la violation de CP.

5.2 Modèles de Froggatt-Nielsen

5.2.1 Froggatt-Nielsen en quelques mots

Dans le cas des modèles de type Froggatt-Nielsen, on considère que la structure de la saveur dans le modèle standard est expliquée par une symétrie spontanément brisée. On fait donc appel à une symétrie de saveur, $U(1)$ dans le cas le plus simple. On peut aussi généraliser et chercher à étudier le cas où le groupe de saveur est non-abélien. On a un familon, de charge -1 sous la symétrie $U(1)$, qui va coupler aux champs du modèle standard. En fonction de leurs charges,

les couplages seront différents. Lorsque le familon prend une vev, une hiérarchie des masses se forme naturellement.

5.2.2 Froggatt-Nielsen dans les modèles que nous considérons

Nous allons étudier les cas supersymétriques de FN, car ce sont ceux dont le secteur de saveur est le plus délicat à comprendre. On considère des modèles effectifs supersymétriques à des échelles plus grandes que l'échelle de brisure de la supersymétrie Λ_{BS} , et plus petites que l'échelle de brisure pour la symétrie de saveur M .

La structure liée à la saveur va donc apparaître de manière effective, dans les termes cinétiques, dans le superpotentiel et dans la structure des termes softs.

Comme notre but sera de comparer les modèles de type Nelson-Strassler à ceux de Froggatt-Nielsen, on se limite seulement aux modèles possédant des charges de FN positives. Nous verrons que ce sont ceux qui ont une correspondance dans les cas où l'on utilise la renormalisation des fonctions d'onde.

L'action effective est déterminée par

$$\begin{aligned} W &= \epsilon^{q_i+u_j+h_u} (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d} (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\ &+ \epsilon^{l_i+e_j+h_e} (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\ K &= \epsilon^{|q_i-q_j|} (1 + C_{ij} X^\dagger X) Q_i^\dagger Q_j + \dots, \end{aligned} \quad (5.1)$$

où $\epsilon = \theta/M$, avec θ un superchamp chiral possédant une charge $U(1) -1$, $X = \theta^2 F$ est le champ qui brise la supersymétrie et tous les éléments de Y_{ij}^U sont d'ordre un.

Les charges liées aux familles des superchamps de matière sont définies comme q_i pour la composante gauche du doublet Q_L , ainsi que u_i et d_i pour les composantes de saveurs des quarks singlets, les conjugués des triplets de couleur U_R et D_R , respectivement, et de même pour les leptons.

Les charges horizontales sont définies dans une base électrofaible. Dans ce cas, les termes cinétiques possèdent des termes de mélange pour la saveur. Comme on suppose que les coefficients C_{ij} , Y_{ij} et A_{ij} sont d'ordre un, cela n'affecte pas les ordres dominants en ϵ . On se placera toujours dans cette base canonique.

5.3 Nelson-Strassler

5.3.1 Nelson-Strassler

Dans [129], Nelson et Strassler proposent un modèle qui permet de reproduire les hiérarchies du modèle standard sans utiliser de symétries de saveur. Pour cela, ils couplent le MSSM à un secteur conforme comportant une symétrie $U(1)$ qui empêche les trois familles de se mélanger entre elles. Ensuite, les dimensions anormales des familles étant différentes, les masses obtenues dans l'infrarouge le sont aussi et peuvent respecter les ordres de grandeurs mesurés dans le modèle standard.

L'action effective à l'échelle M est déterminée par

$$\begin{aligned} W &= (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\ &+ (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\ K &= \epsilon^{-2q_i} Q_i^\dagger Q_i + C_{ij} X^\dagger X Q_i^\dagger Q_j + \dots \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ici, les facteurs ϵ^{-2q_i} , $q_i > 0 \forall i$ sont les facteurs de renormalisation des fonctions d'onde, provenant de la physique entre M_0 et M , et dans les notions convenant à la comparaison des deux approches. On a fait disparaître les mélanges de saveur d'ordre un apparaissant à l'échelle M_0 dans les termes cinétiques via des rotations judicieuses.

Après avoir renormalisé les fonctions d'onde $Q_i \rightarrow \epsilon^{q_i} Q_i$ et autres (Higgs inclus), l'action effective dans le cas WFR est donné par

$$\begin{aligned} W &= \epsilon^{q_i + u_j + h_u} (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i + d_j + h_d} (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\ &+ \epsilon^{l_i + e_j + h_d} (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\ K &= Q_i^\dagger Q_i + C_{ij} \epsilon^{q_i + q_j} X^\dagger X Q_i^\dagger Q_j + \dots \end{aligned} \quad (5.3)$$

On voit que si les masses des fermions sont les mêmes dans les deux cas, il n'en sera pas de même pour les masses des scalaires et des termes softs.

On utilise cette structure pour décrire les hiérarchies et les mélanges dans les matrices de masse des fermions.

5.4 Comparaison des deux modèles

5.4.1 Généralités

On peut comparer les prédictions des deux modèles quant aux couplages de Yukawa, pour peu qu'on identifie à haute énergie les paramètres des modèles supersymétriques WFR (q_i) aux charges des modèles de FN. On voit que la classe des modèles FN qui se rapproche vraiment des modèles WFR est celle pour laquelle il n'y a qu'un seul $U(1)_X$, des charges positives et avec un seul champ de charge négative, le familon. Celui-ci brise la symétrie de saveur, et tous les Yukawas sont générés par couplage holomorphe au familon.

Comme la renormalisation de la fonction d'onde ne fait pas de distinction entre les particules et antiparticules, la suppression des masses des sfermions est beaucoup plus forte dans le cas WFR : il suffit de comparer le facteur $\epsilon^{q_i + q_j}$ de l'équation (5.3) et $\epsilon^{|q_i - q_j|}$ de l'équation 5.1 pour s'en convaincre. Cette remarque est générale et a déjà été faite dans le cas non supersymétrique [91].

Pour toute comparaison avec les données expérimentales, nous avons besoin d'être dans la base où les matrices de masse sont diagonales. Comme les principales contraintes expérimentales proviennent du secteur quark down, on choisit de rester dans une base électrofaible qui diagonalise la matrice de Yukawa du quark down. Pour cela, les termes du Lagrangien liés aux champs scalaires vont

subir les rotations gauches et droite. Ces rotations ne vont pas changer les facteurs de suppression dominants, mais vont rajouter des contributions sur les termes off diagonaux des matrices de masses.

Pour les modèles de FN, les éléments diagonaux sont les coefficients d'ordre un $C_{ii} \neq C_{jj}$ qui peuvent dépendre de la saveur. Ils sont présents de manière générique dans les D -termes liés à $U(1)$ et dépendent de la saveur. Ces contributions supplémentaires aux termes off-diagonaux dans les masses sont de l'ordre de grandeur des angles de rotations permettant de diagonaliser la matrice de Yukawa du quark down (en gros de l'ordre de grandeur des angles CKM) et sont gênants. Ils fournissent une borne supérieure (un peu trop forte) sur la suppression des termes off diagonaux.

Dans ces modèles, si tous les fermions portent des charges horizontales de même signe, les facteurs de suppression des termes off diagonaux originaux sont les mêmes que la suppression des termes venant du diagonal splitting, donc le problème de compatibilité avec les données est aussi difficile pour les deux types de modèles.

Il y a des modèles avec une symétrie $U(1)$ et des charges de signes différents ou/et plusieurs symétries $U(1)$ qui n'ont pas d'équivalent WFR mais qui arrivent à décrire le secteur de Yukawa et à donner une suppression assez forte des termes off-diagonaux de saveur dans les termes des masses de sfermions.

Cependant, ils doivent traiter le problème mentionné ci-dessus concernant la contribution des D termes dépendant de la saveur aux masses diagonales. Ils doivent aussi prendre en compte le diagonal splitting possible venant des coefficients quelconques d'ordre 1 liés à la symétrie $U(1)$.

Après rotations, la suppression des termes off-diagonaux dans la base des masses propres pour les quarks est similaire que dans les modèles avec les charges de même signe. Il en résulte certaines tensions dans l'espace des paramètres sur les termes softs de brisure de supersymétrie. [128].

On peut se demander ce qui se passe dans le cas de modèles de FN qui rendent compte du secteur de Yukawa et qui n'ont pas d'équivalent en WFR. On peut ainsi considérer des modèles avec plusieurs symétries $U(1)$. Cependant, ces modèles ont encore des problèmes : une fois pris en compte les effets du splitting sur la diagonale et des contributions des D -termes aux masses des sfermions, ces modèles donnent des prédictions pour les FCNCs assez proches que dans le cas où les champs de matière ont des charges du même signe. Nous les écartons donc de notre étude.

L'approche WFR évite ces problèmes. Il n'y a pas de symétrie $U(1)$, pas de D -termes et les termes de la diagonale qui dépendent de la saveur sont supprimés par des puissances de ϵ . Il n'y a donc pas de problème lié à des paramètres incontrôlés d'ordre un.

En plus de travailler dans une base électrofaible dans laquelle les quarks down sont diagonaux, pour pouvoir comparer nos modèles avec les données expérimentales, nous devons inclure tous les effets de renormalisation liés au MSSM pour le running de l'échelle M jusqu'à l'échelle électrofaible.

Au final, l'analyse standard des données sur les FCNCs et la violation de CP est faite par rapport aux coefficients des opérateurs effectifs de dimension

6 obtenus dans le lagrangien du modèle standard après avoir intégré les degrés de liberté liés à la supersymétrie [88]. Les coefficients de ces opérateurs peuvent être calculés en fonction des paramètres de brisure douce de supersymétrie et les facteurs de suppression discutés précédemment ont un lien direct avec les facteurs de suppression des opérateurs de dimension supérieure.

Comparons la façon dont les symétries de saveur et les modèles WFR rendent compte des hiérarchies dans les masses de fermions. On a vu précédemment qu'on pouvait s'appuyer sur le travail fait sur les modèles de FN. Si un tel modèle a des fermions portant des charges de même signe et rend compte de la hiérarchie, il peut être transcrit en modèle de type WFR².

Du point de vue des opérateurs générant la désintégration du proton, les deux approches donnent le même type de suppression. La symétrie $U(1)_X$ d'un modèle de FN peut supprimer la désintégration du proton avec des charges comme $l_i = n_i + 1/3$, $e_i = m_i - 1/3$, n_i, m_i entier (les charges des autres champs du MSSM étant entières). Dans ce cas, il y a une symétrie effective discrète Z_3 leptonique qui empêche le proton de se désintégrer. Plus généralement, les modèles de type FN et WFR génèrent tous deux des suppressions pour les premières générations, qui ont des charges élevées.

5.4.2 Exemples

La suppression de la saveur est paramétrée par la variable ϵ introduite auparavant. A priori, ϵ sera de l'ordre de l'angle de Cabbibo, $\epsilon \sim 0.22$. On peut toujours prendre une valeur différente si les charges choisies absorbent cette différence.

Les références Refs. [121, 123] ont listé les charges donnant des modèles consistants. Pour se faire une idée, voici trois modèles :³

$$q = u = e = (3, 2, 0), \quad d = \ell = (2, 0, 0) + d_3, \quad (\text{Model A})$$

$$q = u = e = (4, 2, 0), \quad d = \ell = (1, 0, 0) + d_3, \quad (\text{Model B})$$

$$q = (3, 2, 0), \quad u = (5, 2, 0), \quad d = (1, 0, 0) + d_3, \quad \ell = q + \ell_3, \quad e = d - \ell_3. \quad (\text{Model C})$$

Dans les trois cas, les charges horizontales des Higgs sont nulles. On doit prendre $q_3 = u_3 = 0$ pour avoir un top lourd, tandis que d_3 est laissé libre sous réserve de vérifier, avec $\tan\beta$ la relation suivante :

$$\epsilon^{-d_3} \tan\beta \sim \frac{m_t(M_c)}{m_b(M_c)} \sim \epsilon^{-3}. \quad (5.4)$$

2. A priori, les modèles de type FN sont plus contraints, car ils doivent vérifier l'annulation des anomalies. On verra par la suite que si on demande aux modèles WFR de vérifier l'unification des constantes de couplage du MSSM, ceux-ci doivent vérifier des contraintes similaires.

3. A et B ont été traités dans [123], où ils apparaissent comme étant modèle 1 et 5 respectivement. Le modèle C est utilisé dans [121].

a	$\tilde{m}_{a,LL}^2 / m_0^2$	$\tilde{m}_{a,RR}^2 / m_0^2$	$A_a / m_0 \sim Y_a$
u	$r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_u \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_u \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$
d	$r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_d \mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_d \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^7 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^5 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$
e	$r_\ell \mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_\ell \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_e \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_e \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^5 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$

TABLE 5.1 – Yukawas et masses carrées softes pour les scalaires dans le modèle A [123] : $q = u = e = (3, 2, 0)$, $\ell = d$ avec $d - d_3 = (2, 0, 0)$ et où on a utilisé la relation $\tan\beta = t_\beta = \epsilon^{d_3-3}$. Les lignes du haut correspondent au cas WFR, celles du bas à celui de FN.

Les couplages de Yukawa résultant du modèle A sont rassemblés dans la dernière colonne du tableau Tab. 5.1. Ils peuvent reproduire les masses et mélanges des fermions du modèle standard avec des coefficients d'ordre 1.

Après prise en compte des effets de renormalisation[89], les termes softs des masses à l'échelle électrofaible sont données avec une assez bonne approximation par :

$$\tilde{m}_{u,LL,ij}^2 \sim r_q m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_q^2 e^{|q_i \pm q_j|} \quad (5.5)$$

$$\tilde{m}_{u,RR,ij}^2 \sim r_u m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_u^2 e^{|u_i \pm u_j|} \quad (5.6)$$

$$\tilde{m}_{u,LR,ij}^2 \sim A_u v \sin \beta \epsilon^{q_i + u_j} \quad (5.7)$$

$$\tilde{m}_{d,LL,ij}^2 \sim r_q m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_q^2 \epsilon^{|q_i \pm q_j|} \quad (5.8)$$

$$\tilde{m}_{d,RR,ij}^2 \sim r_d m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_d^2 \epsilon^{|d_i \pm d_j|} \quad (5.9)$$

$$\tilde{m}_{d,LR,ij}^2 \sim A_d v \cos \beta \epsilon^{q_i + d_j} \quad (5.10)$$

$$\tilde{m}_{e,LL,ij}^2 \sim r_\ell m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_\ell^2 \epsilon^{|l_i \pm l_j|} \quad (5.11)$$

$$\tilde{m}_{e,RR,ij}^2 \sim r_e m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_e^2 \epsilon^{|e_i \pm e_j|} \quad (5.12)$$

$$\tilde{m}_{e,LR,ij}^2 \sim A_e v \cos \beta \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (5.13)$$

où nous avons défini l'échelle à haute énergie des masses softs $m_{1/2}$, \hat{m}_a et A_a . A moins qu'il n'y ait un mécanisme là afin de générer des suppressions supplémentaires, on s'attend à ce que ces termes soient du même ordre de grandeur. Par simplicité, on les prendra égaux, valant m_0 .

Pour simplifier, on a omis les coefficients d'ordre 1 dépendant de la saveur qui doivent multiplier les termes supprimés par des puissances en ϵ . Les charges sont toutes positives ou nulles, les signes + correspondent au cas WFR, et les - au cas FN. Les constantes r_a paramétrisent la renormalisation de jauge dominante et sont données par environ $r_q = 6.5$, $r_u = 6.2$, $r_d = 6.1$, $r_\ell = 0.5$ et $r_e = 0.15$. Les corrections des Yukawa devraient être grandes pour la troisième génération mais vu qu'on travaille avec des coefficients inconnus $\mathcal{O}(1)$, on n'a pas besoin de les évaluer. Les matrices de masses obtenues sont présentées dans le tableau 5.1.

Plusieurs points méritent d'être soulignés.

- Pour WFR, les contributions dominantes aux masses propres des première et seconde générations sont déduites du running des boucles de bosons de jauge/jauginos, tandis que dans le cas FN, les masses softs à l'ordre des arbres donnent des contributions non négligeables, en particulier pour les sleptons.
- Les Yukawas et les masses softs qui changent la chiralité (A -termes) sont supprimés de la même façon. Ils sont même identiques dans le cas FN et WFR.
- Comme souligné auparavant, les modèles WFR suppriment mieux les termes off-diagonaux des secteurs LL et RR que les modèles FN.

Pour comparer les prédictions aux expériences, on étudie les limites en termes des paramètres d'insertions de masses δ_{ij}^a par rapport à une masse de sfermion de référence. Elles sont définies comme

$$\delta_{MN,ij}^a = \frac{\tilde{m}_{a,MN,ij}^2}{\tilde{m}_{a,M,i} \tilde{m}_{a,N,j}}, \quad \langle \delta_{ij}^a \rangle = \sqrt{\delta_{LL,ij}^a \delta_{RR,ij}^a} \quad (5.14)$$

pour $a = u, d, e$, $M, N = L, R$, $i \neq j$. Les expressions sont normalisées par rapport aux entrées diagonales $\tilde{m}_{a,M,i}^2$, $i = 1, 2, 3$. On associe le même type de paramètres pour les A -termes (quelques soient i, j) :

$$\delta_{LR,ij}^a = (\delta_{RL,ji}^a)^* = \frac{\tilde{m}_{a,LR,ij}^2}{\tilde{m}_{a,L,i} \tilde{m}_{a,R,j}}. \quad (5.15)$$

En commençant avec les limites provenant du secteur des hadrons, nous donnons les limites et les résultats du modèle A dans le tableau 5.2 et 5.3. Toutes les limites dans le tableau 5.2 sont satisfaites sans problème (même pour $\tan\beta$ assez grand). Elles pourraient même être satisfaites avec des masses de squarks plus petites.

Notons que dans le modèle FN avec les charges correspondantes, il est très difficile de satisfaire la borne sur $\langle\delta_{12}\rangle$ [128]. Comme les mélanges entre squarks de première et seconde génération sont supprimés au plus par des termes d'ordre deux en ϵ , pour satisfaire les bornes expérimentales, il faut donc des effets de renormalisation insensibles à la saveur assez forts, c'est-à-dire un large ratio entre la valeur initiale de la masse du gluino sur la masse des squarks à haute énergie.

Les insertions de masse sur le changement de chiralité du tableau Tab 5.3 sont plus contraignants. En particulier, les 11 entrées sont fortement contraintes par la mesure de l'EDM du neutron. Cela étant dit, les prédictions correspondantes de notre modèle pour des masses de squarks d'1 TeV satisfont les limites expérimentales sur leurs limites.

Du côté des leptons, nous citons dans la table 5.4 les limites⁴ provenant des LFV desintégrations des leptons chargés, $\mu \rightarrow e\gamma$, $\tau \rightarrow e\gamma$ et $\tau \rightarrow \mu\gamma$ ainsi que des prédictions théoriques obtenues avec l'hypothèse d'une échelle de brisure de supersymétrie unique à haute énergie m_0 .

Alors, à l'échelle électrofaible $A_e \sim m_0$ et l'échelle typique pour les sleptons est $\tilde{m}_{sl} = (r_\ell r_e)^{\frac{1}{4}} m_0$. On observe que même pour une masse de sleptons aussi élevée que 400 GeV (correspondant à $m_0 = 750$ GeV) la contribution à $\mu \rightarrow e\gamma$ n'est pas suffisamment supprimée. Il est intéressant de savoir jusqu'où on peut ajuster les charges e_i et ℓ_i pour améliorer ce problème. À cette fin, considérons le produit

$$\delta_{LR,12}^e \delta_{RL,12}^e \sim \frac{A_e^2 v^2}{\tilde{m}_{sl}^4} \epsilon^{\ell_1+e_2+\ell_2+e_1} \cos^2 \beta \sim \frac{A_e^2 m_e m_\mu}{\tilde{m}_{sl}^4}. \quad (5.16)$$

Il est clair que ce produit est indépendant du choix fait de la charge et ne peut être diminué qu'en augmentant \tilde{m}_{sl} ou en diminuant A_e . Cela veut dire qu'au moins une des contributions est plus grande que

$$\frac{A_e \sqrt{m_e m_\mu}}{\tilde{m}_{sl}^2} \sim 3.5 \times 10^{-5} \quad (5.17)$$

où les valeurs ont été prises pour $\tilde{m}_{sl} = 400$ GeV. C'est une prédiction assez solide (à des coefficients $\mathcal{O}(1)$ près), et effectivement, Tab. 5.4 montre que cela tient en particulier pour le modèle A. Une suppression plus forte peut être obtenue à condition que les A termes soient plus petites que m_0 et/ou m_0 soit plus grand, soit $\tilde{m}_{sl} > 400$ GeV. Par exemple, on peut avoir un taux de désintégration acceptable pour $A_e \sim 100$ GeV et $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV. Pour diminuer encore la masse des sleptons, il faut plus de fine-tuning sur A_0 , tandis

4. Notons que le taux de désintégration dépend de $(\delta_{LR,ij})^2 + (\delta_{RL,ij})^2$ [88]. Les entrées LL et RR sont bien moins contraintes et nous ne les considérerons pas ici.

a	ij	$\delta_{LL,ij}^a$		$\delta_{RR,ij}^a$		$\langle \delta_{ij}^a \rangle$	
		Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	0.03	8.6×10^{-5}	0.03	$9.1 \times 10^{-7} t_\beta^2$	0.002	$8.9 \times 10^{-6} t_\beta$
d	13	0.2	1.8×10^{-3}	0.2	$9.1 \times 10^{-7} t_\beta^2$	0.07	$4.0 \times 10^{-6} t_\beta$
d	23	0.6	8.1×10^{-3}	1.8	$1.8 \times 10^{-5} t_\beta^2$	0.2	$3.8 \times 10^{-4} t_\beta$
u	12	0.1	8.6×10^{-5}	0.1	8.6×10^{-5}	0.008	8.6×10^{-5}

TABLE 5.2 – Limites sur les insertions de masses hadroniques qui préservent la chiralité et résultats obtenus pour le modèle A de WFR. Les limites (prises dans le tableau IV de Isidori :2010kg) sont valides pour des masses de squarks de 1 TeV et varient linéairement par rapport à ce dernier.

a	ij	$\delta_{LR,ij}^a$		$\delta_{RL,ij}^a$	
		Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	2×10^{-4}	8.1×10^{-6}	2×10^{-3}	1.8×10^{-6}
d	13	0.08	8.1×10^{-6}	0.08	3.7×10^{-5}
d	23	0.01	3.7×10^{-5}	0.01	7.6×10^{-4}
d	11	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}
u	12	0.02	3.7×10^{-5}	0.02	3.7×10^{-5}
u	11	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}

TABLE 5.3 – Limites sur les insertions de masses changeant la chiralité des hadrons et résultats obtenus pour le modèle A des WFR. Les limites sont prises de Tab. V de [92] et sont données pour des masses de squarks de 1 TeV. Alors que les limites sur les éléments $i \neq j$ ($i = j$) croissent linéairement avec ces derniers (quadratiquement) with the latter, nos prédictions diminuent linéairement.

que $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV donne des masses de l'ordre de 1.9 TeV pour les squarks, ce qui provoque des tensions vis à vis du problème de petite hiérarchie.

Pour conclure, les limites leptoniques sont plus contraignantes que les limites hadroniques (voir [129], [86]). Finalement, soulignons que les modèles FN ont un problème semblable (avec les mêmes limites dans le secteur LR/RL). Ils prédisent aussi une suppression insuffisante dans les secteurs LL et RR .

Dans la partie 5.6, nous décrivons une façon de supprimer le taux de désintégration de $\mu \rightarrow e\gamma$ dans les modèles de type WFR. Cela permet d'alléger les masses des superpartenaires sans fine-tuning sur les A termes leptoniques.

5.5 Unification et hiérarchie des fonctions d'onde

5.5.1 Quelques mots sur le mécanisme de Green-Schwarz

On considère un système décrit par

ij	$\delta_{MN,ij}^e$		
	Exp.	Th. (LR)	Th. (RL)
12	4.8×10^{-6}	2.0×10^{-5}	9.4×10^{-5}
13	1.8×10^{-2}	4.3×10^{-4}	9.4×10^{-5}
23	1.2×10^{-2}	8.9×10^{-3}	4.3×10^{-4}

TABLE 5.4 – Limites expérimentales sur les insertions de masses leptoniques et les résultats du modèle A de WFR. Limites (prises du tableau 7 de [88]), valables pour des masses de sleptons de 400 GeV.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{GS} \quad (5.18)$$

\mathcal{L}_0 représente un secteur possédant au moins une symétrie $U(1)_X$, a est l'indice des groupes de jauge du modèle standard, $S = s_r + is_i$ est un axio-dilaton. $\mathcal{L}_{GS} = \int d^2\theta \frac{1}{2} k_a S (W^\alpha W_\alpha)_i$ est le couplage de S aux champs de jauge.

Le système représenté par \mathcal{L}_0 peut avoir des anomalies mixtes notées A_a entre $U(1)_X$ et G_a , G_a contenant au moins les symétries du modèle standard et $U(1)_X$.

Si Λ correspond au superchamp correspondant aux transformations de jauge, les anomalies de $U(1) \times G_a^2$ donnent donc

$$\delta\mathcal{L}_0 = \sum_a \int d^2\theta \Lambda A_a (W^\alpha W_\alpha)_a \quad (5.19)$$

Il suffit que les variations du lagrangien \mathcal{L}_{GS} compensent celles du reste du système pour que le système conserve ses symétries. On prend donc

$$S \rightarrow S + \Lambda \delta_{GS}, \text{ où } \delta_{GS} = \frac{A_3}{k_3} = \frac{A_2}{k_2} = \frac{A_1}{k_1} \quad (5.20)$$

Dans ce cas, un système qui peut sembler anomal ne l'est en fait pas.

5.5.2 Une contrainte commune (et mystérieuse)

Dans les modèles de type WFR, nous ne sommes pas obligés de supposer l'unification des constantes de couplage du modèle standard. Mais si nous le faisons, nous arrivons à un résultat intéressant sur nos modèles.

Les couplages de jauges physiques d'une théorie des champs supersymétrique sont données à tous les ordres de la théorie des perturbations par [95, 96]

$$\frac{4\pi^2}{g_a^2(\mu)} = Ref_a + \frac{b_a}{4} \log \frac{\Lambda^2}{\mu^2} + \frac{T(G_a)}{2} \log g_a^{-2}(\mu^2) - \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)}(\mu^2), \quad (5.21)$$

où

$$b_a = \sum_r n_r T_a(r) - 3T(G_a) \quad , \quad T_a(r) = Tr_r T_{(a)}^2 \quad (5.22)$$

sont les fonction beta et l'index de Dynkin de la représentation r sous le facteur du groupe de jauge G_a , f_a sont les couplages de jauge holomorphiques, $Z_{(r),ij}$ sont les fonctions d'onde des champs de matière d'indices i, j et le déterminant $\det Z_{(r)}(\mu^2)$ est calculé sur l'espace de saveurs.

Dans notre cas, $Z_{(r)} \simeq \text{diag} (\epsilon^{-2q_1^{(r)}}, \epsilon^{-2q_2^{(r)}}, \epsilon^{-2q_3^{(r)}})$ et donc

$$\log \det Z_{(r)} = -2 \sum_i q_i^{(r)} \log \epsilon, \quad (5.23)$$

où les $q_i^{(r)}$ sont les "charges" $U(1)$ des représentations contenant la matière $r = Q, U, D, L, E, H_u, H_d$. On définit les quantités suivantes

$$A_a = -\frac{1}{\log \epsilon} \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)}, \quad (5.24)$$

qui sont proportionnelles aux contributions additionnelles au running provenant d'un secteur couplé fortement, produisant les fonctions d'onde hiérarchiques. Notons que l'unification du MSSM est préservée si

$$A_3 = A_2 = \frac{3}{5} A_1. \quad (5.25)$$

Avec le contenu en champs du MSSM, on trouve

$$\begin{aligned} SU(3) : \quad A_3 &= \sum_i (2q_i + u_i + d_i), \\ SU(2) : \quad A_2 &= \sum_i (3q_i + l_i) + h_u + h_d, \\ U(1)_Y : \quad A_1 &= \sum_i \left(\frac{1}{3} q_i + \frac{8}{3} u_i + \frac{2}{3} d_i + l_i + 2e_i \right) + h_u + h_d \end{aligned} \quad (5.26)$$

Notons aussi que les quantités A_i peuvent être simplement reliées aux déterminants des matrices de Yukawa des leptons et quarks via

$$\begin{aligned} \det(Y_U Y_D^{-2} Y_L^3) &= \epsilon^{\frac{3}{2}(A_1 + A_2 - 2A_3)}, \\ \det(Y_U Y_D) &= \epsilon^{A_3 + 3(h_u + h_d)}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Ces quantités interviennent dans le cas de d'un Froggatt-Nielsen, avec un $U(1)$ jaugé qui génère la hiérarchie des Yukawas, via (5.25)-(5.27), voir [119], [120], [121]. On peut comparer ces contraintes au cas étudié ici :

- Dans le cas de FN jaugé, les quantités (5.26) correspondent aux coefficients des anomalies mixtes $U(1)_X G_a^2$, entre le groupe jaugé $U(1)_X$ et les groupes de jauges du modèle standard $G_a = SU(3), SU(2), U(1)_Y$.
- Dans le cas de FN, (5.25) représente la condition d'annulation des anomalies de Green-Schwarz (pour des cordes hétérotiques et certaines cordes de type II).

Dans notre cas, (5.25) représente les conditions pour l'unification des couplages de jauge à l'échelle ou le secteur fortement couplé découple du running. Même s'il n'y a pas de symétrie $U(1)$ de jauge dans le cas WFR, l'unification des couplages impose exactement les mêmes contraintes que si les "charges" étaient reliées à une symétrie $U(1)$ de type FN (en tous cas pour les anomalies mixtes $U(1)_X \times G_a^2$).

En utilisant les résultats de [120], [121] sur la structure des masses des quarks et leptons, on peut écrire cette relation qui va nous être utile

$$A_1 + A_2 - \frac{8}{3}A_3 \simeq 2(h_u + h_d) . \quad (5.28)$$

Les conditions d'unification (5.25) amènent donc à $h_u + h_d = 0$. Comme dans les modèles de renormalisation des fonctions d'ondes, toutes les "charges" sont positives ou nulles, cela donne donc $h_u = h_d = 0$. Dans le cas où on interprète la renormalisation des fonctions d'onde avec une dimension supplémentaire, cela se traduit par le fait que les deux doublets de Higgs sont localisés sur la brane ultraviolette.

On peut aussi mentionner une autre possibilité plausible pour l'unification : les couplages de jauge holomorphe et les fonctions d'onde prises séparément violent les relations des couplages de jauge de $SU(5)$, mais leurs contributions combinées les préservent. Pour une étude approfondie de l'unification des couplages de jauge dans des théories comprenant des secteurs fortement couplés, voir [98]

Remarquons que, dans le cas de FN, les conditions sur les anomalies mixtes (5.26) imposée au modèle C de la partie (5.4) donnent aussi $h_u + h_d = 0$, $d_3 - l_3 = 2/3$. Une façon simple de réaliser cette contrainte est de prendre $h_u = h_d = 0$, $d_3 = 1, l_3 = 1/3$. Dans ce cas, la symétrie $U(1)_X$ se brise en une symétrie discrète Z_3^L agissant sur les leptons. Elle permet d'éviter la désintégration du proton. C'est un effet qu'il est difficile de reproduire dans le cas de modèles de type WFR, qui ont donc typiquement des problèmes avec la désintégration du proton.

5.6 Un modèle à 5 dimensions pour réaliser une renormalisation forte des fonctions d'onde

Il y a plusieurs façons de générer un modèle reposant sur la renormalisation des fonctions d'onde. On peut utiliser des modèles à 4D fortement couplés ou bien des modèles avec dimension supplémentaire dans lesquels les fonctions d'ondes sont localisées différemment en fonction de leur saveur.

On a travaillé avec une variante du modèle standard de Randall-Sundrum [99], avec une brane ultraviolette dont l'échelle était $\Lambda_{UV} \sim M_p$ et une brane infrarouge d'échelle $\Lambda_{IR} \sim \Lambda_{GUT}$. En comparant le cas standard RS non supersymétrique, dans lequel les hiérarchies dans les masses de fermions sont générées par le recouvrement des fonctions d'onde on remarque que dans ce cas, comme

5.6. UN MODÈLE À 5 DIMENSIONS POUR RÉALISER UNE RENORMALISATION FORTE DES FONCTIONS

$\epsilon_{RS} = \frac{\Lambda_{UV}}{\Lambda_{IR}} \sim 10^{-16}$, les masses de bulk c_i doivent être ajustée pour être proches de $1/2$ et ne pas générer de trop grandes hiérarchies dans les masses des fermions. Comme dans notre cas, on a pris une dimension supplémentaire très petite, $10^{-3} \leq \epsilon \leq 10^{-1}$ il n'y a pas besoin d'ajustement. Evidemment, le problème de hiérarchie n'est pas résolu avec une dimension de cette taille. C'est la supersymétrie qui va s'assurer de répondre au problème de naturalité.

Vu la différence entre les énergies, la cinquième dimension est donc très petite, de rayon R et la hiérarchie est donnée par

$$\epsilon = \frac{\Lambda_{IR}}{\Lambda_{UV}} = e^{-k\pi R} \quad (5.29)$$

où k est la courbure de l'espace AdS à 5 dimensions.

Tous les champs du MSSM sont dans le bulk, localisés de sorte à créer des Yukawas hiérarchiques [102].

Comme dans l'article [133], on commence avec des termes de Kähler ($0 < y < \pi R$)

$$\begin{aligned} \hat{K} = & e^{(1-2c_{h_u})ky} H_u^\dagger H_u + e^{(1-2c_{h_d})ky} H_d^\dagger H_d \\ & + e^{(1-2c_{q,i})ky} Q_i^\dagger Q_i + e^{(1-2c_{u,i})ky} U_i^\dagger U_i + e^{(1-2c_{d,i})ky} D_i^\dagger D_i \\ & + \delta(y)k^{-3} X^\dagger X \left(C_{q,ij} Q_i^\dagger Q_i + C_{u,ij} U_i^\dagger U_i + C_{d,ij} D_i^\dagger D_i + C_{h_u} H_u^\dagger H_u + C_{h_d} H_d^\dagger H_d \right). \end{aligned} \quad (5.30)$$

dans lesquels $i, j = 1, 2, 3$ représente les familles et les coefficients sont quelconques $\mathcal{O}(1)$. On n'a gardé que les champs avec des modes zéros (l'échelle est petite donc les états excités sont hors d'accès), les champs conjugués ϕ^c dont des conditions de Diriclet aux bords ($--$) et donc n'ont pas de zero mode.

Les leptons ont un lagrangien analogue. Les termes cinétiques localisés sur les branes peuvent aussi être introduits, et même s'ils dépendent de la saveur, ils ne changent rien au résultat final.

On introduit un superpotentiel qui rend compte des couplages sur les deux branes (on se limite aux squarks par simplicité) :

$$\begin{aligned} \hat{W} = & \delta(y)k^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}_{ij}^u H_u Q_i U_j + \hat{Y}_{ij}^d H_d Q_i D_j + k^{-1} X \hat{A}_{ij}^u H_u Q_i U_j + k^{-1} X \hat{A}_{ij}^d H_d Q_i D_j \right) \\ & + \delta(y - \pi R) (k\epsilon)^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}_{ij}^u \epsilon^{c_{h_u} + c_{q_i} + c_{u_j}} H_u Q_i U_j + \hat{Y}_{ij}^d \epsilon^{c_{h_d} + c_{q_i} + c_{d_j}} H_d Q_i D_j \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

On a confiné le spurion X qui brise la supersymétrie sur la brane ultraviolette, à $y = 0$. On a introduit des couplages de Yukawas sans dimension arbitraires sur chacune des branes. Après intégration sur la dimension supplémentaire, les termes cinétiques gagnent une renormalisation de fonction d'ondes

$$Z_q = \frac{1}{(1 - 2c_q)k} (\epsilon^{2c_q - 1} - 1), \quad (5.32)$$

et donc on peut approximer Z_q par

$$Z_q \sim \frac{\epsilon^{2c_q-1}}{(1-2c_q)k} \text{ pour } c < 1/2 \text{ et } Z_q \sim \frac{1}{(2c_q-1)k} \text{ pour } c > 1/2. \quad (5.33)$$

Notons que

- Pour $c_q < \frac{1}{2}$ le champ est localisé près de la brane infrarouge. On lui donne les "charges" fictives $q = \frac{1}{2} - c_q > 0$ et $q' = 0$.
- Pour $c_q > \frac{1}{2}$ le champ est localisé près de la brane ultraviolette. Ses charges sont $q = 0$ et $q' = c_q - \frac{1}{2} > 0$.
- On retrouve une localisation exacte sur la brane ultraviolette (resp infrarouge) en prenant la limite q' (q) tend vers l'infini.

Après être revenu à une normalisation canonique, cela donne des couplages de Yukawas suivant

$$Y_{ij}^u = \hat{Y}_{ij}^u \epsilon^{q_i+u_j+h_u} + \hat{Y}_{ij}^{\prime u} \epsilon^{q'_i+u'_j+h'_u}, \quad (5.34)$$

$$Y_{ij}^d = \hat{Y}_{ij}^d \epsilon^{q_i+d_j+h_d} + \hat{Y}_{ij}^{\prime d} \epsilon^{q'_i+d'_j+h'_d}. \quad (5.35)$$

Chaque champ a au moins un type de yukawa supprimé, \hat{Y} ou \hat{Y}' , suivant qu'il soit localisé vers l'infrarouge ou l'ultraviolet.

Comme on choisit de prendre X sur la brane ultraviolette, la masse soft et les A -termes à haute énergie sont donnés par les expressions de la section 5.4 avec

$$m_0 \sim \frac{|F_X|}{k}. \quad (5.36)$$

On choisit de placer les champs du MSSM comme suit :

- Les deux premières générations de quarks et leptons sont localisés près de la brane infrarouge. Dans l'interprétation 4D holographique, les deux premières générations sont des états composites.
- le quark top est localisé sur ou près de la brane ultraviolette, tandis que le bottom et le tau sont localisés près de la brane ultraviolette ou infrarouge, suivant la valeur de $\tan\beta$. Dans le langage holographique, le quark top est élémentaire.
- les deux doublets de Higgs H_u, H_d sont localisés près de la brane ultraviolette et donc $h_u, h_d = 0$. Ils sont donc élémentaires dans l'interprétation holographique. Dans le scénario suivant, nous considérerons un h'_d non nul représentant une "queue" non négligeable près de l'infrarouge. Ceci est facile à réaliser vu que la dimension supplémentaire est très petite.
- le spurion X est localisé sur la brane ultraviolette

Ici, c'est bien parce qu'on travaille dans un modèle de type WFR qu'on a plus de libertés que d'habitude. Les cas interprétables en termes de symétries FN sont ceux pour lesquels les Yukawas sont situés sur la brane ultraviolette. Dans ce cas, les corrections provenant de la "queue" du Higgs, près de la brane infrarouge, sont négligés.

5.6. UN MODÈLE À 5 DIMENSIONS POUR RÉALISER UNE RENORMALISATION FORTE DES FONCTIONS L

Si h'_u et h'_d sont assez grands (c'est à dire que les Higgs sont très proches de la brane UV), les couplages de Yukawas provenant de la brane infrarouge (c'est-à-dire les termes proportionnels à \hat{Y}' dans Eqns. (5.34) et (5.35)) sont toujours sous-dominants par rapport à ceux provenant de la brane ultraviolette, donc négligeables. Pour des valeurs plus grandes, ils peuvent devenir comparables, au moins pour les générations légères, et peuvent être utilisées pour contourner le problème lié à $\mu \rightarrow e\gamma$ signalé dans la partie 5.4. Par exemple, pour les trois générations de leptons localisés vers l'infrarouge (pour des $\tan \beta$ petits ou moyens), on a

$$Y_{ij}^e = \hat{Y}_{ij}^e \epsilon^{\ell_i + e_j} + \hat{Y}'_{ij}{}^e \epsilon^{h'_d}, \quad A_{ij}^e = m_0 \hat{A}_{ij}^e \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (5.37)$$

Idéalement, cela supprimerait les dangereux A termes sans supprimer les Yukawas correspondants. Pour le faire, il suffit d'augmenter ℓ_1 et/ou e_1 de telle sorte que A_{12}^e et A_{21}^e soient assez petits pour vérifier les limites pour une masse de sleptons donnée.⁵ Pour éviter d'avoir une masse trop petite pour l'électron, on génère Y_{11}^e grâce à h'_d , c'est à dire grâce aux couplages sur la brane infrarouge habituellement négligés. On peut par exemple prendre :

$$\ell_1 + e_1 > h'_d \quad (5.38)$$

$$h'_d \sim 5 + \ell_3 + e_3 \quad (5.39)$$

$$\ell_2 + e_2 \sim 2 + \ell_3 + e_3. \quad (5.40)$$

où les deux dernières relations donnent les bons rapports de masses pour $e - \tau$ et $\mu - \tau$. Un choix possible, satisfaisant aussi les conditions d'unification Eq. (5.25), reste donné par

$$q = (4, 2, 0), \quad u = (3, 2, 0), \quad e = (5, 2, 0), \quad (5.41)$$

$$d = (5, 0, 0) + d_3, \quad \ell = (4, 0, 0) + d_3, \quad h'_d \sim 5 + d_3. \quad (5.42)$$

Ceci donne les Yukawas suivants :

$$Y^u \sim \begin{pmatrix} \epsilon^7 & \epsilon^6 & \epsilon^0 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}, \quad Y^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad Y^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^8 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \quad (5.43)$$

Les exposants soulignés sont ceux qui sont générés par les nouvelles contributions dans le second terme de l'équation Eq. (5.37). On voit que seul les masses des quarks et de l'électron sont affectées par h'_d . De l'autre côté, les A-termes sont donnés par

$$A^u \sim Y^u, \quad A^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^{10} & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad A^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^9 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \quad (5.44)$$

5. Le terme A_{11}^e qui génère l'EDM de l'électron en est d'autant plus supprimé.

La suppression des éléments 12 et 21 de A^e est maintenant suffisante pour fournir une masse de sleptons de l'ordre de 200 GeV. Notons que les modèles FN, même avec plusieurs $U(1)$, n'ont pas de mécanisme équivalent.

Pour supprimer les opérateurs qui violent la R-parité, nous devons imposer la R-parité comme symétrie dans l'action effective. Une fois que cela est fait, il reste souvent des opérateurs de dimension 5. Dans notre cas, si le champ triplet de Higgs est localisé sur la brane ultraviolette avec les doublets, ces opérateurs y sont généralement naturellement générés, et on trouve

$$\frac{1}{\Lambda_{UV}} \epsilon^{q_i+q_j+q_l+l_m} Q_i Q_j Q_k L_m \quad , \quad \frac{1}{\Lambda_{UV}} \epsilon^{u_i+u_j+d_k+e_m} U_i U_j D_k E_m \quad . \quad (5.45)$$

Comme les deux premières générations sont localisés sur la brane infrarouge, on a une suppression supplémentaire, tout comme les Yukawas des deux premières générations situées dans l'ultraviolet, ce qui est assez pour ramener ces opérateurs dans les limites expérimentales [101].

5.7 Conclusions

Les modèles supersymétriques avec renormalisation de fonction d'ondes reproduisent le succès des modèles de FN pour décrire les matrices de masses des fermions ainsi que leurs mélanges, tout en réduisant leurs problèmes vis-à-vis des changements de saveur dans les courants neutres. Dans les modèles à 4 dimensions, ceux-ci sont fortement supprimés dans le secteur des quarks mais doivent être regardés de près dans le secteur leptonique, avec des problèmes pour $\mu \rightarrow e\gamma$. On a vu que si on prend un modèle avec une dimension en plus, du genre RS mais avec une brane infrarouge à l'échelle de Λ_{GUT} , avec les deux premières générations composites, dans l'infrarouge, et la troisième élémentaire, dans l'ultraviolet, on peut résoudre ce problème grâce à un terme de masse pour l'électron généré via un couplage fort au secteur conforme. Le cas WFR dans un espace à 5 dimensions offre donc certaines libertés qu'on ne peut reproduire dans le cadre de modèles de type FN.

Nous avons vu que les modèles de FN et le WFR suivent une contrainte commune pour deux raisons apparemment différentes. Dans le premier cas, il s'agit d'une condition d'annulation des anomalies, tandis que dans le cas de WFR, il s'agit de s'assurer de la convergence des constantes de couplage.

On a vu que les changements de saveur dans les courants neutres sont plus fortement supprimés dans les cas de WFR que dans les cas de FN. Si on en détecte près des limites actuelles, cela sera donc un signal pour des modèles de type FN plutôt que WFR.

Conclusions

On l'a vu, ce qui fait la richesse, mais aussi la complexité de la supersymétrie, c'est la diversité des contraintes à prendre en compte lorsqu'on construit un modèle. Parmi les contraintes théoriques, on trouve : viabilité, stabilité, brisure de supersymétrie, capacité à générer toutes les masses, problème de hiérarchie et de naturalité, calculabilité... Les contraintes expérimentales ne sont pas en reste : mesures de détection directe, indirecte, matière noire, baryogénèse, prévisions aux collisionneurs...

Nous nous sommes intéressés à la dynamique d'un secteur caché de type O'Raifeartaigh lorsque l'on lui rajoute des messagers afin de transférer la brisure de supersymétrie au modèle standard. Dans la majeure partie des cas, le vide dans lequel les symétries du modèle standard sont conservées n'est que métastable. Nous avons construit un modèle dans lequel ce dernier n'était pas métastable, mais bien stable. Malgré cette particularité, le spectre ne contient pas de hiérarchie entre la masse des jauginos et le reste des particules supersymétriques, contrairement à ce que l'on pourrait croire à première vue via [46], [34]. Cela tient au fait que ce sont les corrections quantiques qui stabilisent le vide et transforment l'instabilité de l'ordre des arbres en stabilité à une boucle.

Après avoir étudié les conséquences d'un couplage des messagers à un secteur caché de type O'Raifeartaigh, nous avons étudié les conséquences phénoménologiques d'un couplage des messagers à un secteur de grande unification. Dès lors qu'il y a une médiation de jauge et un groupe de grande unification, il est quasiment impossible de supprimer tous les couplages entre les messagers et les champs du secteur de grande unification. Il en résulte des masses de messagers à la fois lourdes, proches de l'échelle de grande unification, ainsi qu'une disparité dans les masses des champs composant les messagers.

La lourdeur des messagers permet de bénéficier des effets gravitationnels dans le cas où ils sont sous-dominants mais non négligeables. On peut ainsi réduire les problèmes de changements de saveur dans les courants neutres, tout en générant facilement des termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur, assurant ainsi la bonne forme pour le potentiel de Higgs et ainsi la brisure de symétrie électrofaible. Le fait que les messagers n'aient pas la même masse donne un spectre différent de celui de mSUGRA ou de la médiation de jauge minimale,

avec des différences en particulier au niveau des masses de jauginos. Leur rapport dépend de la physique des hautes énergies et trahit le groupe de grande unification ainsi que les représentations auxquelles appartiennent les Higgs et les messagers. Le spectre le plus marquant est celui dans lequel on obtient un neutralino LSP, et ce malgré le fait que nous ayons une médiation de jauge.

En supersymétrie, il est parfois à la fois difficile et important de pouvoir distinguer plusieurs modèles différents. Gardant en tête l'objectif d'étudier la physique de la saveur, nous avons comparé deux modèles très différents, celui de Froggatt-Nielsen (FN) et celui dit de renormalisation de fonction d'onde (WFR). Nous avons constaté que si les matrices de masses qu'ils étaient capables de reproduire étaient identiques, leurs effets sur les changements de saveur dans les courants neutres étaient différents, à l'avantage des modèles de type WFR. Certains effets de suppression sont propres à certaines configurations prenant place à 5 dimensions, et ne peuvent être reproduits par des symétries de saveur comme c'est le cas dans des modèles FN. Au passage, nous avons remarqué une coïncidence étonnante entre les contraintes imposées par l'annulation des anomalies dans le cas FN, et l'unification des constantes de couplages dans le cas WFR.

Nous espérons que ces exemples reflètent la complexité de la physique des hautes énergies. Certains sont assez formels, comme celui sur la question de la stabilité des modèles de O'Raiartaigh. D'autres sont plus orientés sur la façon dont différents spectres vont trahir la physique à des échelles potentiellement proches de M_{GUT} . Ceux-ci sont plus contraints par les contraintes expérimentales. D'ailleurs certains d'entre eux, qui étaient viables au moment de notre étude (2009) ont été exclus depuis, preuve que ces modèles sont prédictifs. Les idées en jeu restent juste, et pour continuer ce travail, il faudrait reprendre l'espace des paramètres pour étudier les spectres compatibles avec les nouvelles limites expérimentales.

Maintenant, pour en savoir plus, les théoriciens comme les expérimentateurs attendent le verdict du LHC.

Bibliographie

- [1] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Phys. Lett. B **698** (2011) 162 [arXiv :1011.4001 [hep-th]].
- [2] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Nucl. Phys. B **808** (2009) 237 [arXiv :0808.0562 [hep-ph]] ;
- [3] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Non-standard supersymmetric spectra in gauge mediation, Proceedings of the 45th Rencontres de Moriond : ELECTROWEAK INTERACTIONS AND UNIFIED THEORIES, La Thuile, Aosta Valley, Italy, 6-13 March 2010. ; Article in preparation E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, "Unification and gauge mediation"
- [4] E. Dudas, G. von Gersdorff, J. Parmentier and S. Pokorski, JHEP **1012** (2010) 015 [arXiv :1007.5208 [hep-ph]].
- [5] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk, Phys. Rept. **405** (2005) 279-390. [hep-ph/0404175].
- [6] D. Hooper, arXiv :0901.4090 [hep-ph].
- [7] S. Raby, Phys. Lett. B422, 158 (1998); S. Raby and K. Tobe, Nucl. Phys. B539, 3 (1999); A. Mafi and S. Raby, Phys. Rev. D62, 035003 (2000).
- [8] A. Borriello and P. Salucci, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **323** (2001) 285 [arXiv :astro-ph/0001082].
- [9] H. Hoekstra, H. Yee and M. Gladders, New Astron. Rev. **46** (2002) 767 [arXiv :astro-ph/0205205].
- [10] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **180** (2009) 330 [arXiv :0803.0547 [astro-ph]].
- [11] M. Tegmark *et al.* [SDSS Collaboration], Astrophys. J. **606** (2004) 702 [arXiv :astro-ph/0310725].
- [12] K. Nakamura *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. G 37, 075021 (2010)
- [13] N. Polonsky, Lect. Notes Phys. **M68** (2001) 1-169. [hep-ph/0108236].
- [14] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, Reading, USA : Addison-Wesley (1995) 842 p.
- [15] S. Weinberg, Cambridge, UK : Univ. Pr. (1996) 489 p.
- [16] P. Langacker, Boca Raton, USA : CRC Pr. (2010) 663 p.

- [17] S. Cassel, D. M. Ghilencea, S. Kraml, A. Lessa, G. G. Ross, JHEP **1105** (2011) 120. [arXiv :1101.4664 [hep-ph]].
- [18] P. Langacker, Phys. Rept. **72** (1981) 185.
- [19] K. Nakamura *et al.* [Particle Data Group Collaboration], J. Phys. G **G37** (2010) 075021.
- [20] I. Antoniadis, Phys. Lett. **B246** (1990) 377-384.
- [21] K. R. Dienes, E. Dudas, T. Gherghetta, Phys. Lett. **B436** (1998) 55-65. [hep-ph/9803466].
- [22] T. Appelquist, H. -C. Cheng, B. A. Dobrescu, Phys. Rev. **D64** (2001) 035002. [hep-ph/0012100].
- [23] G. Cacciapaglia, C. Csaki, C. Grojean, M. Reece, J. Terning, Phys. Rev. **D72** (2005) 095018. [hep-ph/0505001].
- [24] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370 [arXiv :hep-ph/9905221];
- [25] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, Phys. Lett. B **429** (1998) 263 [arXiv :hep-ph/9803315].
- [26] J. R. Ellis, J. F. Gunion, H. E. Haber, L. Roszkowski, F. Zwirner, Phys. Rev. **D39** (1989) 844. ; U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg, C. A. Savoy, Nucl. Phys. **B492** (1997) 21-50. [hep-ph/9611251]. ; H. P. Nilles, M. Srednicki, D. Wyler, Phys. Lett. **B120** (1983) 346. ; U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg, C. A. Savoy, Z. Phys. **C67** (1995) 665-670. [hep-ph/9502206]. ; T. Elliott, S. F. King, P. L. White, Phys. Rev. **D49** (1994) 2435-2456. [hep-ph/9308309]. ; U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg, C. A. Savoy, Phys. Lett. **B315** (1993) 331-337. [hep-ph/9307322]. ;
- [27] G. F. Giudice and R. Rattazzi, Phys. Rept. **322** (1999) 419 [arXiv :hep-ph/9801271].
- [28] S. Dimopoulos, S. D. Thomas and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **488** (1997) 39 [arXiv :hep-ph/9609434]; J. A. Bagger, K. T. Matchev, D. M. Pierce and R. j. Zhang, Phys. Rev. D **55** (1997) 3188 [arXiv :hep-ph/9609444].
- [29] M. Drees, R. Godbole and P. Roy, "Theory and phenomenology of sparticles : An account of four-dimensional N=1 supersymmetry in high energy physics", *Hackensack, USA : World Scientific (2004) 555 p.*
- [30] R. Kitano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, Phys. Rev. D **75** (2007) 045022 [arXiv :hep-ph/0612139]; C. Csaki, Y. Shirman and J. Terning, JHEP **0705** (2007) 099 [arXiv :hep-ph/0612241]; S. Abel, C. Durnford, J. Jaeckel and V. V. Khoze, Phys. Lett. B **661** (2008) 201 [arXiv :0707.2958 [hep-ph]]. N. Haba and N. Maru, Phys. Rev. D **76** (2007) 115019 [arXiv :0709.2945 [hep-ph]].
- [31] S. R. Coleman and E. J. Weinberg, Phys. Rev. D **7** (1973) 1888.
- [32] M. T. Grisaru, M. Rocek and R. von Unge, Phys. Lett. B **383** (1996) 415 [arXiv :hep-th/9605149].

- [33] A. E. Nelson and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **416** (1994) 46 [arXiv :hep-ph/9309299].
- [34] Z. Komargodski and D. Shih, JHEP **0904** (2009) 093 [arXiv :0902.0030 [hep-th]].
- [35] K. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, JHEP **0604** (2006) 021 [arXiv :hep-th/0602239].
- [36] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick and D. Shih, arXiv :0710.3585 [hep-ph]; P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, arXiv :0801.3278 [hep-ph]; H. Ooguri, Y. Ookouchi, C. S. Park and J. Song, arXiv :0806.4733 [hep-th]; J. Distler and D. Robbins, arXiv :0807.2006 [hep-ph]; K. Intriligator and M. Sudano, arXiv :0807.3942 [hep-ph]; K. Benakli and M. D. Goodsell, Nucl. Phys. B **816** (2009) 185 [arXiv :0811.4409 [hep-ph]]. S. Abel, M. Goodsell,
- [37] K. Benakli and M. D. Goodsell, Nucl. Phys. B **816** (2009) 185 [arXiv :0811.4409 [hep-ph]]. S. Abel, M. Goodsell, [arXiv :1102.0014 [hep-th]].
- [38] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Nucl. Phys. B **808** (2009) 237 [arXiv :0808.0562 [hep-ph]]; N. J. Craig and D. R. Green, Phys. Rev. D **79** (2009) 065030 [arXiv :0808.1097 [hep-ph]]; M. Ibe and T. T. Yanagida, Phys. Rev. D **81** (2010) 035017 [arXiv :0912.4221 [hep-ph]].
- [39] R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **119** (1982) 343; A. H. Chamseddine, R. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970; L. J. Hall, J. D. Lykken and S. Weinberg, Phys. Rev. D **27** (1983) 2359; E. Cremmer, P. Fayet and L. Girardello, Phys. Lett. B **122** (1983) 41. For a review, see e.g. H. P. Nilles, Phys. Rept. **110** (1984) 1.
- [40] G. F. Giudice and A. Masiero, Phys. Lett. B **206** (1988) 480.
- [41] L. Alvarez-Gaume, M. Claudson and M. B. Wise, Nucl. Phys. B **207** (1982) 96; M. Dine and W. Fischler, Phys. Lett. B **110** (1982) 227; C. R. Nappi and B. A. Ovrut, Phys. Lett. B **113** (1982) 175; S. Dimopoulos and S. Raby, Nucl. Phys. B **219** (1983) 479.
- [42] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, Phys. Rev. D **51** (1995) 1362 [arXiv :hep-ph/9408384]; M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, Phys. Rev. D **53** (1996) 2658 [arXiv :hep-ph/9507378].
- [43] G. R. Dvali, G. F. Giudice and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **478** (1996) 31 [arXiv :hep-ph/9603238].
- [44] E. Poppitz and S. P. Trivedi, Phys. Lett. B **401** (1997) 38 [arXiv :hep-ph/9703246]; M. Ibe and R. Kitano, JHEP **0708** (2007) 016 [arXiv :0705.3686 [hep-ph]]; Y. Nomura and M. Papucci, Phys. Lett. B **661** (2008) 145 [arXiv :0709.4060 [hep-ph]]; J. L. Feng, C. G. Lester, Y. Nir and Y. Shadmi, arXiv :0712.0674 [hep-ph]; E. Dudas, Y. Mambrini, S. Pokorski and A. Romagnoni, JHEP **0804** (2008) 015 [arXiv :0711.4934 [hep-th]]; S. Nakamura, K. i. Okumura and M. Yamaguchi, Phys. Rev. D **77** (2008) 115027 [arXiv :0803.3725 [hep-ph]]; L. L. Everett, I. W. Kim, P. Ouyang and K. M. Zurek, arXiv :0804.0592 [hep-ph] , arXiv :0806.2330 [hep-ph]; Z. Lalak, S. Pokorski and K. Turzyski, arXiv :0808.0470 [hep-ph].

- [45] K. Intriligator, N. Seiberg and D. , JHEP **0604** (2006) 021 [arXiv :hep-th/0602239].
- [46] S. Ray, Phys. Lett. **B642** (2006) 137-141. [hep-th/0607172]; [arXiv :0708.2200 [hep-th]].
- [47] B. C. Allanach *et al.*, in *Proc. of the APS/DPF/DPB Summer Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2001)* ed. N. Graf, Eur. Phys. J. C **25** (2002) 113 [arXiv :hep-ph/0202233].
- [48] K. Nakamura *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. G **37**, 075021 (2010)
- [49] D. Choudhury, H. K. Dreiner, P. Richardson and S. Sarkar, Phys. Rev. D **61** (2000) 095009 [arXiv :hep-ph/9911365]; H. K. Dreiner, S. Heinemeyer, O. Kittel, U. Langenfeld, A. M. Weber and G. Weiglein, arXiv :0707.1425 [hep-ph].
- [50] D. Hooper and T. Plehn, Phys. Lett. B **562** (2003) 18 [arXiv :hep-ph/0212226].
- [51] A. Bottino, N. Fornengo and S. Scopel, Phys. Rev. D **67** (2003) 063519 [arXiv :hep-ph/0212379]; A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo and S. Scopel, Phys. Rev. D **68** (2003) 043506 [arXiv :hep-ph/0304080].
- [52] G. Belanger, F. Boudjema, A. Cottrant, A. Pukhov and S. Rosier-Lees, JHEP **0403** (2004) 012 [arXiv :hep-ph/0310037].
- [53] A. Bottino, N. Fornengo, G. Polesello and S. Scopel, Phys. Rev. D **77**, 115026 (2008) [arXiv :0801.3334 [hep-ph]].
- [54] J. L. Feng, J. Kumar and L. E. Strigari, arXiv :0806.3746 [hep-ph]; F. Petriello and K. M. Zurek, arXiv :0806.3989 [hep-ph]; A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo and S. Scopel, arXiv :0806.4099 [hep-ph]; S. Chang, A. Pierce and N. Weiner, arXiv :0808.0196 [hep-ph]; S. Andreas, T. Hambye and M. H. G. Tytgat, arXiv :0808.0255 [hep-ph].
- [55] R. Bernabei *et al.* [DAMA Collaboration], arXiv :0804.2741 [astro-ph].
- [56] E. Aprile *et al.* [XENON100 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **105** (2010) 131302. [arXiv :1005.0380 [astro-ph.CO]].; E. Aprile *et al.* [XENON100 Collaboration], [arXiv :1104.2549 [astro-ph.CO]].
- [57] Z. Ahmed *et al.* [CDMS Collaboration], [arXiv :1012.5078 [astro-ph.CO]].
- [58] I. Affleck, M. Dine and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **241** (1984) 493; Nucl. Phys. B **256** (1985) 557; K. I. Izawa and T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **95** (1996) 829 [arXiv :hep-th/9602180]; K. A. Intriligator and S. D. Thomas, Nucl. Phys. B **473** (1996) 121 [arXiv :hep-th/9603158]. For a recent review, see e.g. K. Intriligator and N. Seiberg, Class. Quant. Grav. **24** (2007) S741 [arXiv :hep-ph/0702069].
- [59] M. Dine and J. Mason, Phys. Rev. D **77** (2008) 016005 [arXiv :hep-ph/0611312]; H. Murayama and Y. Nomura, Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 151803 [arXiv :hep-ph/0612186]; Phys. Rev. D **75** (2007) 095011 [arXiv :hep-ph/0701231]; O. Aharony and N. Seiberg, JHEP **0702** (2007) 054 [arXiv :hep-ph/0612308]; C. Csaki, Y. Shirman and J. Terning, JHEP

- 0705** (2007) 099 [arXiv :hep-ph/0612241]; T. Kawano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, *Phys. Lett. B* **652** (2007) 40 [arXiv :0704.1085 [hep-th]]; N. Haba and N. Maru, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 115019 [arXiv :0709.2945 [hep-ph]]; S. A. Abel, C. Durnford, J. Jaeckel and V. V. Khoze, *JHEP* **0802** (2008) 074 [arXiv :0712.1812 [hep-ph]].
- [60] M. Dine and J. D. Mason, arXiv :0712.1355 [hep-ph]; G. F. Giudice, H. D. Kim and R. Rattazzi, *Phys. Lett. B* **660** (2008) 545 [arXiv :0711.4448 [hep-ph]].
- [61] N. Seiberg, *Nucl. Phys. B* **435** (1995) 129 [arXiv :hep-th/9411149].
- [62] M. Y. Khlopov and A. D. Linde, *Phys. Lett. B* **138** (1984) 265; J. R. Ellis, J. E. Kim and D. V. Nanopoulos, *Phys. Lett. B* **145** (1984) 181. For recent work on the BBN constraints, see e.g. M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, arXiv :0804.3745 [hep-ph].
- [63] K. Choi, A. Falkowski, H. P. Nilles and M. Olechowski, *Nucl. Phys. B* **718** (2005) 113 [arXiv :hep-th/0503216]; M. Endo, M. Yamaguchi and K. Yoshioka, *Phys. Rev. D* **72** (2005) 015004 [arXiv :hep-ph/0504036]; A. Falkowski, O. Lebedev and Y. Mambrini, *JHEP* **0511** (2005) 034 [arXiv :hep-ph/0507110]; O. Lebedev, H. P. Nilles and M. Ratz, *Phys. Lett. B* **636** (2006) 126 [arXiv :hep-th/0603047];
- [64] E. Dudas, C. Papineau and S. Pokorski, *JHEP* **0702** (2007) 028 [arXiv :hep-th/0610297]; H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi and Y. Omura, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 025019 [arXiv :hep-th/0611024]; O. Lebedev, V. Lowen, Y. Mambrini, H. P. Nilles and M. Ratz, *JHEP* **0702** (2007) 063 [arXiv :hep-ph/0612035].
- [65] A. Masiero, S. K. Vempati and O. Vives, arXiv :0711.2903 [hep-ph].
- [66] I. Masina and C. A. Savoy, *Nucl. Phys. B* **661** (2003) 365 [arXiv :hep-ph/0211283].
- [67] G. F. Giudice and R. Rattazzi, *Nucl. Phys. B* **511** (1998) 25 [arXiv :hep-ph/9706540].
- [68] S. P. Martin, *Phys. Rev. D* **79**, 095019 (2009)
- [69] P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **177**, 143 (2009).
- [70] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, *Nucl. Phys. B* **808**, 237 (2009).
- [71] N. Jarosik *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv :1001.4744 [astro-ph.CO].
- [72] M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, *Phys. Rev. D* **78**, 065011 (2008).
- [73] H. K. Dreiner *et al.*, *Phys. Rev. D* **80**, 035018 (2009).
- [74] L. Covi, J. Hasenkamp, S. Pokorski and J. Roberts, *JHEP* **0911**, 003 (2009).
- [75] J. L. Feng, T. Moroi, L. Randall, M. Strassler and S. f. Su, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1731 (1999); T. Gherghetta, G. F. Giudice and J. D. Wells, *Nucl. Phys. B* **559**, 27 (1999).

- [76] W. Kilian, T. Plehn, P. Richardson and E. Schmidt, *Eur. Phys. J. C* **39**, 229 (2005); J. L. Hewett, B. Lillie, M. Masip and T. G. Rizzo, *JHEP* **0409**, 070 (2004).
- [77] A. Arvanitaki *et al.*, *Phys. Rev. D* **76**, 055007 (2007).
- [78] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **99**, 131801 (2007).
- [79] M. Kusakabe, T. Kajino, T. Yoshida and G. J. Mathews, *Phys. Rev. D* **80**, 103501 (2009).
- [80] Z. Ahmed *et al.* [The CDMS-II Collaboration], *Science* **327** (2010) 1619 [arXiv :0912.3592 [astro-ph.CO]].
- [81] J. Angle *et al.* [XENON Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 021303 [arXiv :0706.0039 [astro-ph]]; J. Angle *et al.* [XENON10 Collaboration], *Phys. Rev. D* **80** (2009) 115005 [arXiv :0910.3698 [astro-ph.CO]].
- [82] R. N. Mohapatra, arXiv :hep-ph/9911272; A. Melfo and G. Senjanovic, arXiv :hep-ph/0511011.
- [83] G. Isidori, Y. Nir and G. Perez, arXiv :1002.0900 [hep-ph].
- [84] M. Bolz, A. Brandenburg and W. Buchmuller, *Nucl. Phys. B* **606** (2001) 518 [Erratum-ibid. B **790** (2008) 336] [arXiv :hep-ph/0012052];
- [85] J. L. Feng, S. f. Su and F. Takayama, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 063514 [arXiv :hep-ph/0404198].
- [86] Y. Nomura, M. Papucci and D. Stolarski, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 075006 [arXiv :0712.2074 [hep-ph]]; Y. Nomura, M. Papucci and D. Stolarski, *JHEP* **0807** (2008) 055 [arXiv :0802.2582 [hep-ph]].
- [87] S. J. Huber and Q. Shafi, *Phys. Lett. B* **498** (2001) 256 [arXiv :hep-ph/0010195]; S. J. Huber, *Nucl. Phys. B* **666** (2003) 269 [arXiv :hep-ph/0303183]; K. Agashe, G. Perez and A. Soni, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 201804 [arXiv :hep-ph/0406101]; *Phys. Rev. D* **71** (2005) 016002 [arXiv :hep-ph/0408134]; G. Cacciapaglia, C. Csaki, J. Galloway, G. Marandella, J. Terning and A. Weiler, *JHEP* **0804** (2008) 006 [arXiv :0709.1714 [hep-ph]]; C. Csaki, C. Delaunay, C. Grojean and Y. Grossman, *JHEP* **0810** (2008) 055 [arXiv :0806.0356 [hep-ph]]; C. Csaki, A. Falkowski and A. Weiler, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 016001 [arXiv :0806.3757 [hep-ph]]; S. Casagrande, F. Goertz, U. Haisch, M. Neubert and T. Pfoh, *JHEP* **0810** (2008) 094 [arXiv :0807.4937 [hep-ph]].
- [88] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero and L. Silvestrini, *Nucl. Phys. B* **477** (1996) 321 [arXiv :hep-ph/9604387].
- [89] D. Choudhury, F. Eberlein, A. Konig, J. Louis and S. Pokorski, *Phys. Lett. B* **342** (1995) 180 [arXiv :hep-ph/9408275];
- [90] G. D'Ambrosio, G. F. Giudice, G. Isidori and A. Strumia, *Nucl. Phys. B* **645** (2002) 155 [arXiv :hep-ph/0207036].
- [91] S. Davidson, G. Isidori and S. Uhlig, *Phys. Lett. B* **663** (2008) 73 [arXiv :0711.3376 [hep-ph]].
- [92] G. Isidori, Y. Nir and G. Perez, arXiv :1002.0900 [hep-ph].

- [93] C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **667** (2008) 1.
- [94] H. Georgi, A. E. Nelson and A. Manohar, Phys. Lett. B **126**, 169 (1983).
- [95] M. A. Shifman and A. I. Vainshtein, Nucl. Phys. B **359** (1991) 571.
- [96] V. Kaplunovsky and J. Louis, Nucl. Phys. B **422** (1994) 57 [arXiv :hep-th/9402005].
- [97] D. Poland and D. Simmons-Duffin, JHEP **1005** (2010) 079 [arXiv :0910.4585 [hep-ph]].
- [98] A. Pomarol, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 4004 [arXiv :hep-ph/0005293]; W. D. Goldberger, Y. Nomura and D. Tucker-Smith, Phys. Rev. D **67** (2003) 075021 [arXiv :hep-ph/0209158]; K. Agashe, R. Contino and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 171804 [arXiv :hep-ph/0502222]; Y. Nomura, D. Poland and B. Tweedie, JHEP **0612** (2006) 002 [arXiv :hep-ph/0605014].
- [99] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370 [arXiv :hep-ph/9905221].
- [100] T. Gherghetta and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **586** (2000) 141 [arXiv :hep-ph/0003129].
- [101] R. Barbier *et al.*, Phys. Rept. **420** (2005) 1 [arXiv :hep-ph/0406039].
- [102] M. Gabella, T. Gherghetta and J. Giedt, Phys. Rev. D **76** (2007) 055001 [arXiv :0704.3571 [hep-ph]]; O. Aharony, L. Berdichevsky, M. Berkooz, Y. Hochberg and D. Robles-Llana, Phys. Rev. D **81** (2010) 085006 [arXiv :1001.0637 [hep-ph]].
- [103] K. Agashe, T. Okui and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 101801 [arXiv :0810.1277 [hep-ph]].
- [104] C. Beasley, J. J. Heckman and C. Vafa, JHEP **0901** (2009) 059 [arXiv :0806.0102 [hep-th]]; A. Font and L. E. Ibanez, JHEP **0902** (2009) 016 [arXiv :0811.2157 [hep-th]]; J. J. Heckman and C. Vafa, Nucl. Phys. B **837** (2010) 137 [arXiv :0811.2417 [hep-th]]; S. Cecotti, M. C. N. Cheng, J. J. Heckman and C. Vafa, arXiv :0910.0477 [hep-th]; J. P. Conlon and E. Palti, JHEP **1001** (2010) 029 [arXiv :0910.2413 [hep-th]].
- [105] E. Dudas and E. Palti, JHEP **1001** (2010) 127 [arXiv :0912.0853 [hep-th]]; S. F. King, G. K. Leontaris and G. G. Ross, Nucl. Phys. B **838** (2010) 119 [arXiv :1005.1025 [hep-ph]]; E. Dudas and E. Palti, arXiv :1007.1297 [hep-ph].
- [106] M. Ciuchini *et al.*, JHEP **9810** (1998) 008 [arXiv :hep-ph/9808328].
- [107] H. Georgi, Phys. Lett. B **108** (1982) 283.
- [108] S. Dimopoulos and F. Wilczek, preprint NSF-ITP-82-07, August 1981 (unpublished) and *Supersymmetric Unified Models*, in *Proceedings of the Erice Summer School* (A. Zichichi ed.), 1981, pp. 237-249; M. Srednicki, Nucl. Phys. B **202** (1982) 327; K. S. Babu and S. M. Barr, Phys. Rev. D **48** (1993) 5354 [arXiv :hep-ph/9306242].

- [109] A. Masiero, D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis and T. Yanagida, Phys. Lett. B **115** (1982) 380; B. Grinstein, Nucl. Phys. B **206** (1982) 387.
- [110] A. Djouadi, J. L. Kneur and G. Moultaka, Comput. Phys. Commun. **176** (2007) 426 [arXiv :hep-ph/0211331].
- [111] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, Comput. Phys. Commun. **176** (2007) 367 [arXiv :hep-ph/0607059], arXiv :0803.2360 [hep-ph].
- [112] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, Comput. Phys. Commun. **149** (2002) 103 [arXiv :hep-ph/0112278], Comput. Phys. Commun. **174** (2006) 577 [arXiv :hep-ph/0405253].
- [113] M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, Phys. Rev. D **78** (2008) 065011 [arXiv :0804.3745 [hep-ph]].
- [114] I. Antoniadis, J. R. Ellis, J. S. Hagelin and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **194** (1987) 231; Phys. Lett. B **231** (1989) 65.
- [115] S. Shirai, M. Yamazaki and K. Yonekura, JHEP **1006** (2010) 056 [arXiv :1003.3155 [hep-ph]].
- [116] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, Phys. Rev. D **51** (1995) 1362 [arXiv :hep-ph/9408384]; M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, Phys. Rev. D **53** (1996) 2658 [arXiv :hep-ph/9507378].
- [117] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **147** (1979) 277.
- [118] Y. Nir and N. Seiberg, Phys. Lett. B **309** (1993) 337 [arXiv :hep-ph/9304307]; M. Leurer, Y. Nir and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **420** (1994) 468 [arXiv :hep-ph/9310320].
- [119] L. E. Ibanez and G. G. Ross, Phys. Lett. B **332** (1994) 100 [arXiv :hep-ph/9403338].
- [120] P. Binetruy and P. Ramond, Phys. Lett. B **350** (1995) 49 [arXiv :hep-ph/9412385]; P. Binetruy, S. Lavignac and P. Ramond, Nucl. Phys. B **477** (1996) 353 [arXiv :hep-ph/9601243]; N. Irges, S. Lavignac and P. Ramond, Phys. Rev. D **58** (1998) 035003 [arXiv :hep-ph/9802334].
- [121] E. Dudas, S. Pokorski and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **356** (1995) 45 [arXiv :hep-ph/9504292]; Y. Nir, Phys. Lett. B **354** (1995) 107 [arXiv :hep-ph/9504312].
- [122] E. Dudas, S. Pokorski and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **369** (1996) 255 [arXiv :hep-ph/9509410]; E. Dudas, C. Grojean, S. Pokorski and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **481** (1996) 85 [arXiv :hep-ph/9606383].
- [123] P. H. Chankowski, K. Kowalska, S. Lavignac and S. Pokorski, Phys. Rev. D **71** (2005) 055004 [arXiv :hep-ph/0501071].
- [124] W. Altmannshofer, A. J. Buras, S. Gori, P. Paradisi and D. M. Straub, Nucl. Phys. B **830** (2010) 17 [arXiv :0909.1333 [hep-ph]].
- [125] R. Barbieri, G. R. Dvali and L. J. Hall, Phys. Lett. B **377** (1996) 76 [arXiv :hep-ph/9512388]; R. Barbieri, L. J. Hall and A. Romanino, Phys. Lett. B **401** (1997) 47 [arXiv :hep-ph/9702315].

- [126] S. F. King and G. G. Ross, Phys. Lett. B **520** (2001) 243 [arXiv :hep-ph/0108112]; Phys. Lett. B **574** (2003) 239 [arXiv :hep-ph/0307190].
- [127] Y. Kawamura and T. Kobayashi, Phys. Lett. B **375** (1996) 141 [Erratum-ibid. B **388** (1996) 867] [arXiv :hep-ph/9601365].
- [128] Z. Lalak, S. Pokorski and G. G. Ross, arXiv :1006.2375 [hep-ph].
- [129] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0009**, 030 (2000) [arXiv :hep-ph/0006251];
- [130] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0207**, 021 (2002) [arXiv :hep-ph/0104051].
- [131] T. Kobayashi and H. Terao, Phys. Rev. D **64**, 075003 (2001) [arXiv :hep-ph/0103028].
- [132] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0207**, 021 (2002) [arXiv :hep-ph/0104051].
- [133] K. w. Choi, D. Y. Kim, I. W. Kim and T. Kobayashi, arXiv :hep-ph/0301131; K. w. Choi, D. Y. Kim, I. W. Kim and T. Kobayashi, Eur. Phys. J. C **35**, 267 (2004) [arXiv :hep-ph/0305024].
- [134] ATLAS-CONF-2011-086, ATLAS-CONF-2011-086, June 2011; G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], arXiv :1103.6214 [hep-ex].; S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], arXiv :1106.0933 [hep-ex].;
- [135] A. Patwa [CDF and D0 Collaborations], PoS **ICHEP2010** (2010) .
[http ://pos.sissa.it/archive/conferences/120/544/ICHEP](http://pos.sissa.it/archive/conferences/120/544/ICHEP)
- [136]
- [137] N. Maru, Phys. Rev. **D82**, 075015 (2010). [arXiv :1008.1440 [hep-ph]].; N. Haba, N. Maru, Phys. Rev. **D76**, 115019 (2007). [arXiv :0709.2945 [hep-ph]].; C. Csaki, Y. Shirman, J. Terning, JHEP **0705**, 099 (2007). [hep-ph/0612241].;
- [138] P. Binetruy, Oxford, UK : Oxford Univ. Pr. (2006) 520 p.